

Modelo de simulación para un fenómeno de la cooperación

Gloria I. Baca Lobera*

Irene Sánchez Guevara*



RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados obtenidos de la simulación computacional con base en la técnica de Modelo Basado en el Agente (MBA), para mostrar un *proceso de aprendizaje en una red de relaciones interpersonales*. Estas relaciones se modifican a partir de la imitación del individuo más exitoso. Se simula la dinámica del juego de dos personas de suma diferente de cero, con tres variantes: *el dilema del prisionero, el juego del gallina, y el juego de la confianza*. El trabajo computacional mostró los comportamientos en relación a estados estacionarios finales que muestran una mayoría cooperadora. Se observó una diferencia en el comportamiento de cada uno de los modelos estudiados para alcanzar el equilibrio. Este tipo de simulaciones puede llegar a ser una forma novedosa de pensar que nos permita estudiar y entender algunas conductas que se observan en las sociedades.

* Universidad Autónoma Metropolitana (Unidad Xochimilco). gbaca@correo.xoc.uam.mx, isabiro@yahoo.com.mx

¹ El juego “del gallina” (en inglés: *game of chicken*). Un ejemplo del *juego del gallina* se encuentra en la película: Rebelde Sin Causa de 1955.

ABSTRACT

This paper presents the results of computer simulation techniques from an Agent-Based System to show a *learning process in a web of interpersonal relationships*. These relationships are modified by the imitation of the most successful individual. The model simulates the dynamics of the two-player non-zero-sum, with three variants: the prisoner's dilemma, the chicken game, and the trust game. The computer simulation showed the behavior of individuals in relation to final fixed states with a majority concluding cooperative. Differences in the behavior of each of the models analyzed to reach equilibrium were observed. Such simulations may constitute a new mindset that allows us to study and understand certain conducts that are present in societies.

Palabras clave: fenómenos emergentes, cooperación, simulación y teoría de juegos
Keywords: emergent phenomena, cooperation, simulation and game theory

1. Introducción

De acuerdo con Crozier/Friedberg la acción colectiva es un constructo social, en tanto que no es natural, y uno de los problemas fundamentales que plantean es precisamente el surgimiento y mantenimiento de la cooperación entre los individuos para cumplir objetivos comunes, no obstante los individuos tengan intereses divergentes. Los resultados de la acción colectiva se pueden contraponer a las voluntades de los individuos, pero esto no se debe a las propiedades intrínsecas del problema “objetivo”, sino a la estructura social del campo de acción, es decir, a las propiedades de los sistemas de la acción organizada. El ejemplo es el clásico *Dilema del Prisionero*; a continuación se describe una versión:

La policía atrapa a dos criminales que han cometido un delito grave. No existen pruebas fehacientes de que estos dos hombres hayan cometido ese crimen y lo único que puede demostrar la policía es que son sospechosos. La policía les hace la misma propuesta a cada uno de los prisioneros, a los que ha hecho encerrar en celdas distintas: La situación para cada uno de ellos es negar los hechos o incriminar al otro. Si los dos niegan, la policía carece de pruebas y sólo podrá encerrarlos en la cárcel por un año por delitos menores. Si uno de los prisioneros denuncia al otro, se le libera aún cuando el denunciado niegue el crimen, al cual se le condena a 20 años de cárcel. Si ambos se denuncian mutuamente serán condenados a 10 años. La siguiente matriz describe la situación:

		Pillo Dos	
		Confiesa	No confiesa
Pillo Uno	Confiesa	(-10, -10)	(0, -20)
	No confiesa	(-20, 0)	(-1, -1)

Conocer los resultados o pagos no cambia nada la lógica que lleva a la decisión de traicionar, lo cual es consecuencia de la estructura del problema, es decir, la falta de comunicación y el pago alto que se obtiene por la traición. Sólo si se da la capacidad de la confianza se podría cambiar la situación.

El objetivo de este trabajo es analizar de manera experimental los comportamientos de interacciones sociales modelados como un juego, en cuanto a la cooperación y la interdependencia de los actores que persiguen intereses, en el mejor de los casos divergentes y en el peor, contradictorios, se recurre al estudio de *la máquina artificial* que propone Herbert Simon. Es por ello que en el presente trabajo se utiliza la simulación Basada en Agentes, para tres diferentes juegos: el Dilema del Prisionero, el Juego del Gallina y el Juego de la Confianza, cada uno en una estructura de red de interrelaciones sociales.

2. La simulación en las Ciencias Sociales

El estudio de sistemas formados por un gran número de actores con patrones de interacciones variables, representa serias dificultades para una modelación y solución matemática. Una herramienta primordial de investigación de la teoría de la complejidad es la simulación por computadora (Axelrod, 219,1997). A esta clase de

simulaciones se les conoce como Modelación Basada en el Agente (MBA). La MBA son sistemas modelados como una colección de entidades autónomas, que toman decisiones, llamados agentes. Cada individuo o agente evalúa su situación y toma una decisión basado en ciertas reglas. Los agentes pueden ejecutar varios comportamientos propios al sistema que representan, por ejemplo, producir, comprar, no cooperar. Las interacciones que se repiten entre los agentes son una característica de este tipo de modelaciones, los métodos computacionales permiten explorar su dinámica. A un nivel básico un modelo basado en el agente consiste de un sistema de agentes y de las relaciones entre ellos. Los modelos basados en los agentes, por muy simples que sean, pueden exhibir patrones de comportamiento complejos y dar información valiosa sobre al dinámica del sistema real que tal modelo emula. Una característica relevante es que los agentes son capaces de evolucionar, permitiendo que emerjan comportamientos que no se anticiparon con anterioridad, como por ejemplo, aprender a cooperar cuando observan que esto es lo más conveniente. Esta metodología es un enfoque epistemológico, más que una herramienta técnica. La forma de pensar consiste en la descripción del sistema desde la perspectiva de las unidades que lo constituyen. Sin embargo, por un lado su fácil implementación en algún lenguaje computacional, puede paradójicamente, llevar a interpretaciones equívocas, pues aunque la MBA es técnicamente simple, es también conceptualmente profunda. Esto puede ocasionar que se use de forma inadecuada.

Los fenómenos emergentes son el resultado de las interacciones de las entidades individuales que forman el

sistema. Por definición, no se pueden reducir a las partes del sistema: el total es más que la suma de las partes. Un fenómeno emergente puede tener propiedades que están desacopladas de las propiedades de sus partes constituyentes. Por ejemplo, un embotellamiento en una avenida de una gran ciudad, que resulta del comportamiento e interacción entre los conductores individuales, puede estar moviéndose en la dirección opuesta a la de los automóviles que lo causan. Las características de los fenómenos emergentes suelen ser impredecibles e ininteligibles: los fenómenos emergentes pueden ser contrarios a la intuición. La naturaleza de la MBA constituye la forma canónica para modelar los fenómenos emergentes: en la MBA, se modela y simula el comportamiento de las unidades constituyentes (los agentes o actores) y sus interacciones, capturando la emergencia de abajo hacia arriba (botton up) cuando se ejecuta la simulación.

La Modelación Basada en Agentes se puede usar en alguna de las siguientes situaciones:

- Cuando el comportamiento de los individuos es no lineal y está caracterizado por reglas del tipo SI_ENTONCES.
- El comportamiento individual exhibe algún tipo de memoria, de dependencia de la trayectoria, de correlaciones temporales, como son el aprendizaje y la adaptación.
- Las interacciones entre los agentes son heterogéneas y pueden generar efectos de red.

Debido a que la MBA genera fenómenos emergentes, es interesante, plantearse el problema de lo que significa la explicación de tales fenómenos. El objetivo de usar la

MBA es defender una nueva forma de aproximarse a los fenómenos sociales, no desde una perspectiva tradicional de modelación sino para redefinir el proceso científico de forma total.

3. Construcción del modelo

En la literatura sobre comportamientos colectivos podemos encontrar un gran número de aplicaciones. Para este trabajo se consideró la MBA y las interacciones que obedecen al modelo de un juego de dos personas con suma diferente de cero, cuyas estrategias son cooperar o no cooperar. Cuando se juega una sola vez, el resultado depende sólo de los valores relativos de los pagos que se obtienen por estrategia, y el posible equilibrio o los equilibrios. Estos juegos se modelan matemáticamente por medio de una matriz de pagos y las estrategias de cooperar C, y no cooperar, NC, como se muestra en la siguiente matriz:

		Jugador 2	
		Coopera (C)	No coopera (NC)
Jugador 1	Coopera (C)	(R, R)	(S, T)
	No coopera (NC)	(T, S)	(P, P)

Bi-matriz de pagos y las estrategias de cooperar C, y no cooperar, NC, con dos jugadores que juegan una sola vez.

En la matriz de pagos, la primera componente de cada entrada corresponde al pago del jugador 1 y la segunda, al pago del jugador 2. Si los dos jugadores eligen la estrategia cooperativa, ambos obtienen el pago R; si el jugador 1 coopera y el jugador 2 no, el jugador 1 recibe el

pago S, y el jugador 2, el pago T. Si ambos no cooperan recibirán P.

La relación entre los pagos: T, R, P y S define tres tipos de situaciones particulares, de acuerdo a Kollock:², son:

- 1 *Dilema del Prisionero*, cuya relación de pagos es: $T > R > P > S$
- 2 *El Juego de la Confianza*, cuya relación de pagos es: $R > T > P > S$
- 3 *El Juego del Gallina*, cuya relación de pagos es: $T > R > S > P$

El Dilema del Prisionero, se caracteriza por la desigualdad: $T > R > P > S$, es el que más se ha utilizado para el estudio de los dilemas sociales. Como se puede observar en este juego, el mejor pago se obtiene cuando uno de los jugadores no coopera NC (traiciona), mientras que el otro si coopera (C) con un pago igual a T; el siguiente mejor resultado, es cuando ambos cooperan con un pago de R, seguido por la mutua traición, con un pago de P, y por último, el peor pago que se puede obtener es cooperar mientras que el otro jugador no coopera, con un pago de S. Ya que la estructura del juego es simétrica (en el sentido de que si se intercambian los jugadores de lugar el resultado es el mismo), los dos jugadores saben que es mejor traicionar, esto define la estrategia dominante (nc,nc) y corresponde al equilibrio de Nash, aún cuando estarían en una mejor posición si ambos cooperaran.

		Jugador 2	
		Coopera (C)	No coopera (NC)
Jugador 1	Coopera (C)	(R, R)	(S, T)
	No coopera (NC)	(T, S)	(P, P)

² Kollock, P. (1998). SOCIAL DILEMMAS: The Anatomy of Cooperation. Ann. Rev.Social. 24:183-214.

En cambio, la estructura del **Juego de la Confianza** resulta del cambio de los valores de los pagos, que cumplen con la siguientes desigualdades: $R > T > P > S$. En este caso se considera que la cooperación mutua es mejor resultado que la traición unilateral. El término confianza se debe al hecho de que una persona preferirá cooperar si está segura de que el contrincante cooperará también. Sin embargo, si cree que el contrincante no cooperará, la decisión consecuente es no cooperar. El dilema radica en que una persona estaría dispuesta a cooperar si tuviera la confianza de que el oponente lo haría también.

Se puede pensar que este juego lleva de forma inevitable a la mutua cooperación y que por tanto no tiene ningún dilema. De hecho, la cooperación no es una estrategia dominante, y si la persona cree que el oponente no cooperará, él tampoco lo hará. Este juego presenta dos equilibrios de Nash (en estrategias puras) entendidos como la mejor estrategia (el pago máximo) que puede obtener cada jugador sobre la base de lo que eligen los otros jugadores. En este caso, la mutua cooperación es un equilibrio óptimo, mientras que la mutua traición, aún siendo un equilibrio de Nash, es deficiente, en el sentido de que hay otra mejor solución, puesto que $R > P$. La clave de este juego es la confianza que se puede tener en las acciones de los otros jugadores. Este juego no ha tenido mucha atención, sin embargo, puede representar muchas situaciones sociales. Por ejemplo, con respecto al trabajo en equipo: se presume que el resultado es mejor si cada uno de los integrantes hace su parte de la mejor forma posible, pero si todo el trabajo va a recaer sobre una sola persona, lo mejor es no hacerlo.

		Jugador 2	
		Coopera (C)	No coopera (NC)
Jugador 1	Coopera (C)	(R, R)	(S, T)
	No coopera (NC)	(T, S)	(P, P)

El tercer caso, el **Juego del Gallina**, se caracteriza por la desigualdad en los pagos: $T > R > S > P$. Este juego se puede ejemplificar con la siguiente situación: dos autos avanzan uno contra el otro, el primero en desviarse (el que coopera) se gana el sobrenombre de gallina, mientras que el que continua, es decir, el que traiciona, además de tener el camino libre, gana prestigio. Si los dos se traicionan el resultado es obviamente desastroso para ambos. Si ambos se desvían, serán gallinas. En este juego se presentan dos equilibrios de Nash: (C, NC) y (NC, C).

		Jugador 2	
		Coopera (C)	No coopera (NC)
Jugador 1	Coopera (C)	(R, R)	(S, T)
	No coopera (NC)	(T, S)	(P, P)

Es importante resaltar el hecho de que en los juegos del gallina y en el de la confianza no hay una sola estrategia dominante como en el juego del dilema del prisionero. En los juegos del gallina y de la confianza lo que elija el otro jugador es crucial para determinar el mejor resultado posible; en el de la confianza se debe elegir lo que hizo el otro jugador, mientras que, en el del gallina se tiene que hacer lo opuesto al otro jugador.

En lo que sigue se utiliza estos tres juegos para hacer la simulación computacional cuando se juegan de manera iterativa.

4. Metodología de la simulación computacional

Para la simulación computacional de los tres modelos, se utilizó un programa desarrollado en el lenguaje de programación QuickBASIC,³ que simula una red de interacciones con N vértices que representan a los N jugadores y k aristas por jugador; una arista (i,j) indica que el jugador i interactúa con el jugador j. Se determinó que el número de aristas k oscile entre 2 y 9, cuando hay más de 10 nodos. En cada iteración cada jugador elige cooperar C, o no cooperar NC, y obtiene una recompensa constituida por la suma de k pagos de acuerdo a los pagos de las estrategias, para cada uno de los modelos.

A partir de una red inicial de interacción elegida aleatoriamente, esta red evoluciona con base en las reglas del modelo propuesto por Eguíluz V. M. et al⁴ (2006, 284), que consta de tres etapas:

Etapas 1: La interacción. Cada jugador i juega con k vecinos recibe un pago agregado π_i , si el jugador i juega con j, entonces el jugador j juega con el jugador i, además juega la misma estrategia (C o NC) con todos los jugadores que tienen ligas con él.

Etapas 2: Reajuste de la estrategia. Cada jugador actualiza su estrategia, imitando al vecino que recibió el mayor pago de entre todos ellos, incluyéndolo a él (si hay más de un vecino con el pago mayor, se selecciona al azar uno de ellos);

Etapas 3: Reajuste del vecindario. Si el jugador i imita a un

NC, entonces el agente i reemplaza esta liga con ese agente por una nueva que apunta a un socio elegido al azar de toda la red. Este proceso modifica la red.

Además, el juego es sincronizado, esto es, en cada paso los jugadores deciden sus estrategias con anticipación y entonces juegan al mismo tiempo.

Se consideró una red con $N = 100$ nodos, cada uno interactúa con un número fijo K de vecinos, las interacciones están representadas por las aristas. Se simuló computacionalmente para diferentes proporciones iniciales de jugadores que cooperan, con incrementos de 0.1, esto es, se inició la simulación con 1 de cada 10 jugadores que eligen cooperar, y se itera el juego aproximadamente 100 veces, con las mismas condiciones. Se define un estado cooperador cuando la mayoría elige cooperar y no existen incentivos para cambiar de estrategia, aunque coexistan jugadores que no cooperan (los denominados *free riders*). En cada iteración se registra cuántos de las 100 iteraciones terminan como estados cooperadores.

Los valores de la densidad de jugadores de cooperadores iniciales se incrementan desde 0.1 hasta 0.9, mientras que los valores de K van desde $K = 2$ hasta $K = 9$. La simulación termina cuando ningún jugador tiene incentivos para modificar su juego. Ello determina un equilibrio. El programa cuenta el número de jugadores que terminó como cooperador o no. El estado final del juego va a ser un estado cooperador si la mayoría de los jugadores al terminar son cooperadores.

³ QuickBASIC, 4.0

⁴ Víctor M. Eguíluz, Martín G. Zimmermann, Camilo J Cela-Conde y Maxi San Miguel. Cooperation and the Emergence of Role Differentiation in the Dynamics of Social Networks *American Journal of Sociology* 110, 977-1008 (2006).

5. Resultados de la simulación

El dilema del prisionero:

Para este juego se eligieron pagos que cumplen con la siguiente desigualdad: $T > R > P > S$, que corresponde al modelo del dilema del prisionero:

Matriz de pagos		Jugador B	
		C	NC
Jugador A	C	(2 2)	(0 3)
	NC	(3 0)	(1 1)

En la gráfica de la figura 1 se muestran los resultados que se obtuvieron para la matriz de pagos anterior. En dicha gráfica, se observa el comportamiento de la red para diferentes valores del parámetro K (número de vínculos por nodo). Por ejemplo, para un valor de $K = 2$, mientras se incrementa la densidad de jugadores que eligen cooperar al inicio, el estado final de cooperación, interpretado como la probabilidad de alcanzar un estado final cooperador, se incrementa.

Lo anterior, no sucede para valores K mayor que 2, ya que para $K = 3, 4... 7$, la probabilidad de alcanzar estados cooperadores resulta inversamente proporcional al número de vínculos K. Por ejemplo, para $K = 5$, y una densidad inicial de 0.6 (6 de cada 10 jugadores eligen al inicio cooperar) la probabilidad de estado final cooperador es de $1/128 = 0.00952381$ (de 128 veces que se iteró el juego, sólo una vez se obtuvo un estado final cooperador y 127 veces no cooperador). En el cuadro 1 se muestran los resultados para valores de $K = 2, 5$ y 9 con densidades (proporción de cooperadores) de .1,.2,...,.9.

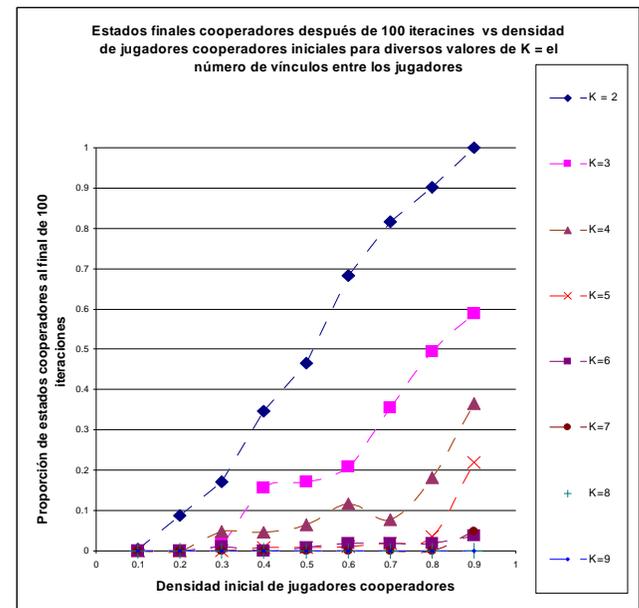
Cuadro 1

Resultados de la simulación para diferentes estados iniciales de densidad de cooperadores y para tres valores K, número de aristas o vínculos por nodo.

estados iniciales C	K = 2	K = 5	K = 9
0.1	0.00381679	0	0
0.2	0.08791209	0	0
0.3	0.17171717	0	0
0.4	0.34615385	0.00775194	0
0.5	0.46601942	0.00757576	0
0.6	0.68269231	0.00952381	0
0.7	0.8172043	0.01869159	0
0.8	0.90243902	0.03636364	0
0.9	1	0.21875	0

Figura 1

El juego del dilema del prisionero. Porcentaje de estados finales de cooperadores después de 100 iteraciones para diferentes valores K de vínculos entre nodos. Cada punto representa el resultado de aproximadamente 100 corridas.



El juego de la confianza:

Para llevar a cabo la simulación se fijaron los pagos que caracterizan a este juego, tal como se muestra en la siguiente matriz:

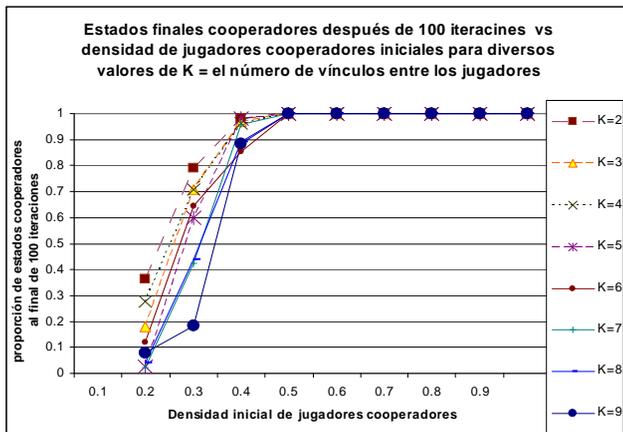
Matriz de pagos

		Jugador B	
		C	NC
Jugador A	C	(3 3)	(0 2)
	NC	(2 0)	(1 1)

La figura 2 muestra los resultados que se obtuvieron para el juego de la confianza, se puede observar un rápido aprendizaje hacia la cooperación, independientemente del número de vecinos con los que se juega. Ello se debe a que los pagos que se obtienen cuando ambos jugadores cooperan son los más altos. Sin embargo, para valores bajos de la densidad inicial de jugadores cooperativos 0.1 y 0.2, independiente de los valores de K, la probabilidad de

Figura 2

El juego de la confianza. Porcentaje de estados finales de cooperadores después de 100 iteraciones para diferentes valores K de vínculos entre nodos.



alcanzar estados cooperadores finales es baja, aunque presenta un crecimiento rápido para alcanzar la probabilidad de uno.

El juego del gallina:

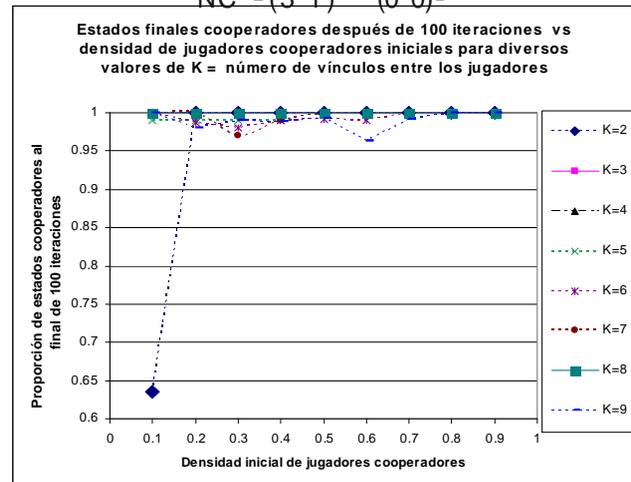
Para finalizar, se hizo la simulación para los valores de la siguiente matriz:

Matriz de pagos

		Jugador B	
		C	NC
Jugador A	C	(2 2)	(1 3)
	NC	(3 1)	(0 0)

Figura 3

El juego del gallina. Porcentaje de estados finales de cooperadores después de 100 iteraciones para diferentes valores K de vínculos entre nodos.



6. Discusión

El juego que más se ha estudiado es el del *Dilema del Prisionero* debido a que representa, de manera metafórica, el comportamiento en la toma de decisiones racional en situaciones de conflicto. Los resultados de la simulación computacional muestran que en este modelo la cooperación no siempre se alcanza, de hecho, entre mayor es el número de vínculos por jugador, la fracción de estados cooperativos finales es menor. Por ejemplo para una $K = 5$, número de vínculos por nodo, y una densidad inicial de 9 cooperadores por cada 10 jugadores, sólo el 20% de las 100 iteraciones resultaron con mayoría de jugadores cooperadores.

En el juego de la confianza, que se caracteriza por la situación de que si el otro jugador coopera, la mejor estrategia a elegir es cooperar y, de la misma manera, si el otro traiciona lo mejor es traicionar. En la presente simulación, los resultados mostraron que a mayor densidad inicial de jugadores cooperadores, sin importar el número de vínculos, los estados cooperativos alcanzan más del 90% a partir de 4 de cada 10 jugadores que cooperan inicialmente.

Por último, en el juego de la gallina la mutua traición es altamente castigada en los pagos, ello propicia que la mejor estrategia es elegir la estrategia contraria, es decir, si uno de los jugadores traiciona, es preferible que el otro coopere. En consecuencia el proceso de aprendizaje para la cooperación se presenta de forma drástica independiente del número de vínculos y de la densidad inicial de cooperadores.

Los tres juegos estudiados son muy diferentes entre sí, como lo muestran los resultados de las tres simulaciones;

el juego del dilema del prisionero tiene un único equilibrio de Nash, que además es en estrategias estrictamente dominantes, y que resulta en un pago Pareto inferior a otro de los posibles. Cooperar aquí, pese a que sería socialmente eficiente, no está en el interés de los individuos, que coincide con el resultado simulado, lo individual domina a lo social y la cooperación no se establece en la mayoría de los jugadores, independiente del número de vínculos y del número de jugadores que cooperan inicialmente. El segundo ejemplo, el de la confianza, posee dos equilibrios de Nash (dos en estrategias puras, más otro en estrategias mixtas). Uno de ellos domina en el sentido de Pareto al otro. No hay conflicto entre los incentivos sociales y los individuales, pero puede haber un problema de coordinación. En cualquier caso, “cooperar” no sería paradójico, resultado que se puede observar claramente en la simulación. Por último, en el juego de la gallina, también hay dos equilibrios de Nash (de nuevo, dos en estrategias puras, y uno más en estrategias mixtas), ninguno de ellos está dominado en el sentido de Pareto (excepto el equilibrio en estrategias mixtas), y por tanto el problema aquí es, si acaso, de reputación. Por tanto, la emergencia de la “cooperación” en estos tres juegos significa cosas diferentes.

7. Conclusiones

- Los resultados muestran que la simulación del tipo Modelación Basada en el Agente (MBA) es robusta debido a que refleja las características teóricas de los juegos. De esta manera, la simulación puede ser un mecanismo para entender la dinámica particular de cada

- de uno de los juegos y las diferencias que hay entre ellos.
- La metodología propuesta por la Modelación Basada en el Agente, ofrece una herramienta apropiada para la simulación de los fenómenos sociales, en particular para los fenómenos que se dan en las relaciones interpersonales. En este trabajo se simuló la forma en que surge, o no, la propiedad emergente de la cooperación en una red de relaciones interpersonales, a partir de reglas sencillas basadas en la elección racional. No obstante, por su fácil implementación computacional los resultados que se obtienen corresponden a la profundidad de la teoría de los sistemas complejos.
 - Este tipo de simulaciones ilustran dos principios. En primer lugar, se tiene que las estrategias por sí solas no garantizan un buen resultado y en segundo lugar es importante considerar las condiciones exactas en las que van a ser utilizadas. En un mundo de jugadores que se adaptan, o que aprenden al modificar sus estrategias, un jugador totalmente racional debe tener en cuenta lo que los otros jugadores van a elegir, y no el caso clásico de optimizar la propia ganancia. En segundo lugar, las simulaciones ofrecen una amplia posibilidad para el control de la eficacia de las ideas estratégicas en entornos que pueden ser de muy diversos tipos. Lo que puede ser de interés para el estudio de las organizaciones y de la sociedad en general.

Bibliografía

- Axelrod, Robert. "On Six Advances in Cooperation Theory," Publicado en *Analyse & Kritik*, 22 (July 2000), pp. 130-151.
- Axelrod, R. (2003) La complejidad de la cooperación Modelos de cooperación y colaboración basado en los agentes. FCE
- Binmore Ken, (1987) Teoría de Juegos, Mc Graw Hill.
- Gilbert N. Troitzch K.G. (2005) Simulation for the Social Scientist
- Second Edition Open University Press, McGraw-Hill Education, McGraw-Hill House. England
- Kollock, P. (1998). SOCIAL DILEMMAS: The Anatomy of Cooperation. *Ann. Rev.Social.* 24:183-214.
- Mero Lászlo (1996) Los azares de la razón, Paidós Contextos, Barcelona.
- Víctor M. Eguíluz, Martín G. Zimmermann, Camilo J Cela-Conde y Maxi San Miguel. (2006) Cooperation and the Emergence of Role Differentiation in the Dynamics of Social Networks *American Journal of Sociology* 110, 977-1008.
- Pavard, B. Dugdale, J. An Introduction to Complexity in Social Science GRIC-IRIT, Toulouse, France. [www. Irit.fr](http://www.Irit.fr)-An Introduction to Complexity in Social Sciences.