

La evaluación de Proyectos de Inversión a través de los fundamentos de la Teoría de Opciones Reales

Martha Beatríz Mota Aragón*



RESUMEN

En la presente investigación se plantea el conocimiento de la Teoría de Opciones Reales (OR), como una metodología recientemente desarrollada y aplicada en la evaluación de proyectos de inversión. Dicho método captura con mayor precisión el valor real del proyecto al incorporar el método de valor presente neto modificado ($VPN = VPN + \varphi$), es decir, al incorporar los flujos de efectivo esperados del proyecto, descontados a una tasa libre de riesgo más el valor de la flexibilidad administrativa de tomar decisiones futuras que incrementen el valor del proyecto. La teoría de opciones reales es una extensión de la Teoría de Opciones Financieras (OF), aplicada a la valuación de activos reales no financieros; en este caso al capital de inversión, por lo que los parámetros utilizados en el modelo de valuación son los mismos ($S, K, R, T - t, \sigma$); la diferencia estriba en la definición en sí de los parámetros. Las opciones reales pueden ser valuadas por diferentes métodos, partiendo de la técnica de Valor Presente Neto (VPN), modelos de simulación Monte Carlo y aproximaciones binomiales y multinomiales. Para efectos de esta investigación utilizamos simulación Monte Carlo y árboles binomiales y multinomiales con el software de *Crystal Ball*. Finalmente, se estudia la taxonomía de OR y se ejemplifican algunos casos para fines prácticos, utilizando la metodología de OR.

*Profesora-investigadora Titular "C" UAM-I

ABSTRACT

On present research on state knowledge of Real Options (RO) Theory as a recent developed methodology about investment projects. This method captures accurately the real value of the project by adding modified present net value ($\overline{DCF} = DCF + \varphi$), thus involving expected flows of money of the project deducted from a free rate of risk including the administrative flexible flows of making future decisions which could increase the profit of the project. The real options theory is a range of the Financial Options (FO) Theory project applied to the valuation of real no financial assets (the investment capital), therefore the applied parameters for the valuation models are the same ($Sf, K, R, T - t, \sigma$), the different is setting on the meaning of the parameters themselves. The real options could be valued by different methods including closed models (DCF), simulating Montecarlo, and binominal and multinominal approximation. For the purpose of this research work we will work over simulation Montecarlo, binominal and multinominal trees dealing with *crystal ball* software. At last, we will analyze the RO taxonomy and illustrate some instances to get practical aims by applying the RO methodology.

Palabras clave: Opciones Reales, Proyectos de Inversión, Valor Presente, Valor Real, Riesgo.
Keywords: Real Options, Investment projects, Present value, Real value, Risk.

LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN A TRAVÉS DE LOS FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE OPCIONES REALES

INTRODUCCIÓN

La volatilidad de la economía característica de las últimas décadas ha presentado nuevos retos en las decisiones estratégicas corporativas; las opciones reales (OR) parecen tener la llave para administrar dichas decisiones vinculadas con los proyectos de inversión bajo estas condiciones de incertidumbre. La metodología de opciones reales estima el valor de las inversiones estratégicas utilizando un Valor Presente Neto (VPN) modificado, el cual consiste en calcular los flujos de efectivo esperados del proyecto descontados a una tasa libre de riesgo y adicionar el valor de la flexibilidad de tomar decisiones futuras que incrementan el valor del proyecto. Decisiones como continuar, extender, contraer, cerrar temporalmente o abandonar y posponer el proyecto de inversión cuando las condiciones proyectadas no resultan favorables debido a los cambios e incertidumbre prevalecientes en el ambiente de negocios.

Esta investigación pretende estudiar el método recientemente desarrollado de opciones reales, ya que la aplicación del concepto para valorar proyectos de inversión y valorar activos reales, representa una importante área de interés en la teoría y práctica financiera. El estudio está dividido en cuatro partes: La primera sección abarca los conceptos fundamentales de opciones reales; la segunda parte presenta las similitudes y diferencias entre opciones reales y

opciones financieras, en el entendido de que la metodología de valuación parte de la teoría de opciones financieras (OF). La tercera sección describe los métodos de valuación; se parte de modelos cerrados, simulación Monte Carlo, árboles binomiales y multinomiales y la aproximación de OR. Se utilizó simulación Monte Carlo y árboles binomiales para ejemplificar la metodología de OR en Crystal Ball. En la cuarta parte se presentan los tipos de opciones reales y se ejemplifica bajo la metodología de OR cada uno de ellos. Finalmente, se plantean las conclusiones y reflexiones sobre el tema.

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

La teoría de valuación de opciones financieras se escribió en los años setentas por Black y Sholes (1973) y Merton (1973)¹. Desde entonces, diversos trabajos teóricos y empíricos se han escrito en esta dirección. En 1977 Stewart Myers argumenta que las oportunidades de inversión pueden verse como *opciones de crecimiento* y con ello aplica los conceptos de opciones financieras a los activos reales. Brabazon (1999) señala que el concepto de opciones reales proviene de las investigaciones sobre opciones financieras.

Una *opción real* es el derecho, pero no la obligación, de tomar una acción de invertir, posponer, expandir, contraer o abandonar un proyecto de inversión en una fecha futura. Dicha decisión tiene *un costo* predeterminado llamado *precio de ejercicio* que existe durante la vida de la opción (Copeland y Antikarov, 2001).

Una de las características fundamentales de las OR es que crean subsecuentes oportunidades de inversión y se

¹ Los primeros, galardonados con el Premio Nobel de Economía 1997 por su trabajo sobre la teoría del precio de las opciones financieras.

valúan como flujos de efectivo más un conjunto de opciones (Amram y Kulatilaka 1999).

Myers (1977) mostró en sus investigaciones que las decisiones de negocios sobre inversiones tienen similitud con un *call* o un *put*. En este sentido, es importante recordar que un *call option* es el derecho de comprar el activo subyacente, pagando el precio de ejercicio en una fecha determinada. Al tiempo de ejercer, la utilidad de la opción es la diferencia entre el valor del activo subyacente y el precio de ejercicio; y que un *put option*, es lo contrario: es el derecho de vender el activo subyacente para recibir el precio de ejercicio.

Finalmente, las opciones pueden ser del tipo americano o europeo; las *opciones americanas* son opciones que pueden ser ejercidas en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento ($T - t$), mientras que las *opciones*

europeas sólo pueden ejercerse en la fecha de vencimiento previamente pactada. La mayoría de las opciones financieras negociadas en el mercado son de tipo americanas.

Si en términos generales OR son una extensión de la teoría de OF aplicada a la valuación de activos reales no financieros, es decir, al capital de inversión (Amram y Kulatilaka, 1999), entonces, encontramos adaptaciones en los parámetros a considerar en la valuación. Más adelante trataremos las OR como OF para su valuación.

Como se observa, los parámetros que componen a una OF son: El precio del activo subyacente S_f , el precio de ejercicio K , la volatilidad del subyacente σ , la tasa de interés libre de riesgo R , y la fecha de término de la opción $T - t$.

En el lenguaje de OR: S_f es el valor presente de los flujos de efectivo esperados en t ; K es el costo a valor presente de la inversión del proyecto en t ; σ es la volatilidad de los flujos de efectivo del proyecto; R es la tasa de interés libre de riesgo; y, $T - t$ es el tiempo de madurez del proyecto.

Kulatilaka y Perotti (1998) adaptaron los parámetros contenidos en el cuadro anterior para desarrollar una *opción de crecimiento* en su trabajo: *Strategic growth options*, en el cual consideran una distribución lognormal, donde θ es la variable aleatoria distribuida en $(0, \infty)$, con un valor esperado $E(\theta) = \theta_0 > 0$; K = costo unitario de producción; σ es la desviación estándar para la distribución lognormal; I es el valor de la inversión en el tiempo 0; V^I es el VPN de la inversión; V^N es el VPN de no hacer la inversión; $N(d)$ es el valor de d bajo una distribución lognormal y D es el valor del parámetro para la valuación de la opción.

Como se observa, en general, los parámetros de valuación son los contenidos en el cuadro 1, y éstos se adaptan a la nomenclatura que cada autor decida desarrollar.

Cuadro 1

Parámetros de valuación en Opciones Reales y en Opciones Financieras.

Parámetros	Opción Real	Opción Financiera
S_f	Valor presente de los flujos de efectivo esperados en t	Precio del bien subyacente
K	Costo (valor presente) de la inversión del proyecto en t	Precio de ejercicio o precio pactado
R	Tasa de interés libre de riesgo	Tasa de interés libre de riesgo
σ	Volatilidad de los flujos de efectivo del proyecto	Volatilidad del subyacente
$T - t$	Tiempo de madurez del proyecto	Tiempo total para la maduración

Fuente: Elaboración propia

2. OPCIONES REALES CONTRA OPCIONES FINANCIERAS

En el entendido de que las OR toman su base de la teoría de las OF, es importante mencionar las diferencias entre ellas, ya que cambian la estructura matemática de los modelos de OR.

Las OF se han utilizado por épocas, en tanto que las OR tienen un reciente desarrollo. Las OR tienen un período de vida largo, $T-t = \text{años}$, y las OF tienen un período de vida corto, usualmente $T-t = \text{meses}$. El activo subyacente en OF es el precio de la acción, mientras que en OR existen una infinidad de variables, en nuestro caso son los Flujos Netos de Efectivo (FNE). Como el análisis de OR considera activos físicos (reales), debe tenerse cuidado en la selección de la variable subyacente, ya que la volatilidad modelada se refiere a dicho activo subyacente.

Las OF están reguladas, aunque en teoría los accionistas manipulan el precio de las acciones para su beneficio. Las OR son creadas por la empresa y sus decisiones pueden incrementar el valor del proyecto. Las OF tienen relativamente menos valor (cientos o miles de dólares² por opción), mientras las OR valen miles, millones o billones de dólares por proyecto (opción estratégica) Mun (2002).

Ambos tipos de opciones pueden resolverse usando aproximaciones similares; soluciones cerradas, diferencias finitas, ecuaciones parciales diferenciales, árboles binomiales y multinomiales y simulación; sin embargo en OR es

aceptado con mayor fuerza el método binomial, básicamente por su facilidad de entendimiento. Ver a Cox, Ross y Rubinstein (1979), Trigeorgis (1991) y Boyle (1976), quienes incluyen simulación Monte Carlo; y Hull y White (1988).

Por último, los modelos de OF están basados en un mercado formal, lo que hace que los precios de los activos sean transparentes; por lo tanto, la construcción del modelo es más objetiva. Las OR no se negocian en un mercado formal y la información financiera está disponible sólo para la administración, por lo que el diseño del modelo se vuelve subjetivo. Entonces, la empresa asume que la clave es valorar OR y no OF. Dado un proyecto en particular, la empresa puede crear estrategias que podrían proveer por sí mismas opciones en el futuro, cuyo valor pueda cambiar dependiendo de cómo están construidas (Mun 2002).

Como se ha mencionado, las opciones reales tienen su base conceptual en la teoría del precio de las opciones financieras desarrolladas por Black y Sholes, y Merton (1973) y son estos principios los que se utilizan en la práctica para su valuación, aunque como se ha dicho, incluyen los factores flexibilidad e incertidumbre, los cuales marcan la diferencia clave entre ellas y por lo tanto la dirección de los activos que se pueden valorar. Otro elemento importantísimo que cabe destacar es que a través de las OR se liga la teoría de estrategia a la teoría financiera.

A manera de resumen, se presenta el cuadro 2 con las características y diferencias fundamentales de las OR y de las OF.

² Se mencionan dólares, porque la mayoría de las transacciones financieras a nivel mundial operan en esa moneda, incluso los grandes corporativos presentan su información financiera consolidada en dicha divisa. Es evidente que si las opciones financieras negociadas se listan en un mercado y país distinto al estadounidense, se deben valorar en términos de la moneda local. Asimismo las opciones reales.

Cuadro 2.

Diferencias entre opciones reales y opciones financieras

OR	OF
Reciente desarrollo en finanzas corporativas (última década)	Han existido por más de tres décadas
Madurez de largo plazo (años)	Madurez de corto plazo (meses)
Las decisiones de inversión son de millones y billones de dólares.	Las decisiones de inversión son de cientos y miles de dólares.
El precio del activo subyacente son los flujos de efectivo esperados del proyecto	El precio del activo subyacente es el precio de la acción
Se resuelven usando ecuaciones y árboles binomiales con simulación de la variable subyacente	Se resuelven por ecuaciones parciales diferenciales y simulación de técnicas de reducción de varianzas para opciones exóticas
El valor de la opción puede incrementarse por las decisiones administrativas y la flexibilidad de tomar nuevas decisiones en cualquier momento	El valor de la opción tiene un valor fijo, no puede manipularse por el precio de las opciones
Deben ser identificadas por los administradores	Están listadas en un mercado formal

Fuente: Opciones Reales contra Opciones Financieras. Adaptado de Mun, Johnathan: *Real Options, Analysis* (2002), John Wiley, USA.

Enseguida se describen los diversos métodos de valuación de OR. Específicamente, el método de OR como

una extensión del VPN se describe en el punto 3.4 y se ejemplifica en la sección 4 de tipos de Opciones Reales.

3. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

Las opciones reales pueden ser valuadas por dos tipos de técnicas numéricas: aquellas que se aproximan a procesos estocásticos y que son generalmente más intuitivas, y aquellas que se aproximan a resultados de ecuaciones parciales diferenciales. La primera categoría incluye aproximaciones binomiales y multinomiales; Cox, Ross y Rubinstein (1979), Trigeorgis (1991) y Boyle (1976), Hull y White (1988); quienes incluyen simulación Monte Carlo. La segunda categoría incluye integración numérica y diferencia finita; Cox, Ingersoll y Ross (1985), Majd y Pindyck (1987) y Brennan y Schwartz (1978).

En este caso, para ejemplificar la metodología de OR nos concentramos en la primera categoría, específicamente en la simulación Monte Carlo y el método binomial, ya que a partir de aquí se ejemplifica la aproximación de OR, la cual se muestra en la sección 4.1; pero antes, es necesario retomar la técnica de VPN.

3.1 LA TÉCNICA TRADICIONAL DE VPN

Se parte del análisis de la técnica tradicional de valuación del VPN (modelo cerrado), ya que el método de valuación de OR es una extensión de ésta y es importante recordar que el VPN es la suma del valor presente de los flujos de efectivo futuros del proyecto, descontados a una tasa ajustada libre de riesgo o a una tasa de reinversión, menos la suma del valor presente de la inversión inicial.

Las variables básicas que utiliza el VPN son: los ingresos, los costos y los gastos para calcular los *flujos futuros* del proyecto, y como se mencionó, los descuenta a una tasa libre de riesgo. Usar series de tiempo es apropiado si existen datos históricos y se asume que el futuro es predecible usando la experiencia pasada. Se expresa como:

$$VPN = -I + \sum_{t=1}^N (FNE_t) / (1 + R)^t$$

Como puede observarse, la incertidumbre de los FNE no está explícitamente modelada bajo este método; sólo descuenta los flujos esperados. Matemáticamente, esto es igual a tomar el máximo de un conjunto de alternativas mutuamente exclusivas:

$$VPN = \max (t = 0) [0, E_0 V_T - X]$$

La solución al problema por VPN es comparar las alternativas mutuamente exclusivas para determinar su valor $E_0 (V_T - X)$, y elegir la mejor entre ellas. El enfoque de OR toma una perspectiva distinta. Matemáticamente, una *opción call* es una expectativa de máximos (no un máximo de expectativas).

Rendimiento sobre los activos (ROA) es:

$$ROA: E_0 \max (t = T) [0, V_T - X]$$

Bajo la perspectiva de opciones, un proyecto es viable en el futuro si $V_T > X$; si se usa el método de VPN, el proyecto es aceptado en $t = 0$, si la expectativa en el tiempo cero es que $E_0 V_T > X$. Las dos aproximaciones podrían ser lo mismo sin incertidumbre, porque el valor actual, V_T , podría igualar la expectativa corriente del valor futuro, $E_0 V_T$. Finalmente, en OR se asume que pueden tomarse decisiones en el futuro, basadas en escenarios futuros, mientras que por VPN las decisiones son rígidas sin

posibilidad de cambio, aun cuando el proyecto no resultara tal como se estimó (Copeland y Murrin, 2000).

La principal crítica de este método es que produce una estimación simple, y esto es una desventaja, ya que los eventos que afectan los pronósticos de los flujos de efectivo son altamente inciertos; Myers (1987), Trigeorgis (1993), Copeland y Vladimir (2001), entre otros.

3.2 EL MÉTODO MONTE CARLO

El desarrollo del Método Monte Carlo corresponde a los matemáticos norteamericanos J. Von Neumann y S. Ulam (1949) en su trabajo: *The Monte Carlo method*. Es un sistema que usa números aleatorios para medir los efectos de la incertidumbre en un modelo. Es un método numérico que permite resolver problemas matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias; simula cualquier proceso cuya marcha dependa de factores aleatorios. También resuelve otros problemas que no tienen relación con aleatoriedad a través de modelos de probabilística artificial.

El Método Monte Carlo tiene dos características importantes: La primera consiste en que su algoritmo tiene una estructura muy sencilla³. Como regla, se elabora primero un algoritmo para la realización de la prueba aleatoria, después se repite esta prueba n veces de modo que cada experimento sea independiente de los restantes y se toma la media de los resultados de los experimentos. La segunda consiste en que el error es proporcional a la magnitud $\sqrt{D/N}$, donde D es una constante, y N es el número de pruebas. Es decir, que para disminuir el error 10 veces en

³ El algoritmo consiste en iniciar con un número decimal de, por ejemplo, 10 cifras; como segundo paso se eleva dicho número al cuadrado y luego se toman nuevamente los diez dígitos de en medio, que corresponderá al primer número aleatorio generado. Se repite el proceso n veces generando n números aleatorios.

100 veces, el problema se soluciona buscando diferentes formas de ajustar la D.

Como los resultados de la simulación dependen fuertemente de los muestreos aleatorios, resulta muy importante considerar diferentes formas de generar números aleatorios y practicarles pruebas sobre su nivel de aleatoriedad. Por la manera de generarse, se puede pensar que existen dos clasificaciones de este tipo de números: los aleatorios y los pseudoaleatorios.

Una vez generados los números aleatorios, es necesario aplicar una prueba para conocer la calidad de ellos. Los métodos tradicionales son los de Ji-Cuadrada y Kolmogorov Smirnov (principalmente para funciones continuas)⁴. En cada uno de los dos métodos se agrupan los datos a probar, de acuerdo a criterios específicos y se calculan los estadísticos correspondientes, que se comparan con su valor de tablas. Generalmente se supone que la Hipótesis Nula es que los números generados no son suficientemente aleatorios.

El método presenta la ventaja de que se obtienen números aleatorios por operaciones muy sencillas y gracias a esto la velocidad de generación es muy alta.

3.3 EL MÉTODO BINOMIAL Y MULTINOMIAL

El método binomial fue desarrollado por (Cox, Ross y Rubinstein, 1979), quienes hicieron posible la valuación

de opciones en tiempo discreto a través de este método, y consiste en presentar diferentes trayectorias posibles que puede seguir el precio del activo subyacente, en este caso (flujos de efectivo) del proyecto en T - t, es decir, durante la vida de la opción, (Hull, 2004).

En cada período (t) el VPN del proyecto y los valores correspondientes de la opción real pueden calcularse; de esta manera, la dirección tiene un abanico de escenarios posibles para tomar la mejor decisión en el momento adecuado. Los valores de los flujos de efectivo son calculados de manera recursiva "hacia adelante", comenzando en el período 1, mientras que los valores de la opción real se calculan "hacia atrás", comenzando con los valores de la opción en la última etapa. El método puede presentarse para uno y dos períodos.

La fórmula base para un período es: $f = e^{-rT} [p f_u + (1 - p) f_d]$, y para dos períodos: $f = e^{-2r\delta t} [p^2 f_{uu} + 2(1 - p) p f_{ud} + (1 - p)^2 f_{dd}]$. Las variables $2p^2$, $2(1 - p)p$, y $(1 - p)^2$, son las probabilidades de obtener los nodos alto, medio y bajo finales. El precio de la opción es igual a su beneficio bruto esperado en un mundo neutral al riesgo descontando la tasa de interés libre de riesgo.

3.4 EL MÉTODO DE OPCIONES REALES

La metodología de opciones reales se aplicó primero a inversiones de recursos naturales; sin embargo, hay evidencia

⁴ Es una prueba no paramétrica que comúnmente se utiliza para verificar si una distribución se ajusta o no a una distribución esperada (en particular a la distribución normal). El nivel de medición de la variable y su distribución son elementos que intervienen en la selección de la prueba que se utilizará en el procesamiento posterior. Si la variable es continua con distribución normal, se podrán aplicar técnicas paramétricas. Si es una variable discreta o continua no normal, sólo son aplicables técnicas no paramétricas; aplicar las primeras arrojaría resultados de dudosa validez. La prueba K-S es muy potente con muestras grandes. Para revisar el tema con mayor detalle, ver: F. J. Massey Jr., (1951), "The Kolmogorov-Smirnov test of goodness of fit," *J. Amer. Statist. Ass.* 46.

reciente de aplicaciones en otras áreas, tales como inversión y desarrollo, desarrollo de nuevas tecnologías, valuación de adquisiciones, derechos de propiedad intelectual, activos intangibles, entre otros, Schwartz y Trigeorgis (2000).

Dixit y Pindyck (1995) y Trigeorgis (1988), proveen argumentos conceptuales para desarrollar opciones reales en decisiones de inversión de capital. Otros trabajos conceptuales son presentados por Trigeorgis y Mason (1987), y Brealey y Myers (2000).

Bajo este marco teórico y para efectos de esta investigación, en el esquema de OR resulta eficiente utilizar el método Monte Carlo, ya que arroja una mejor estimación del valor actual del proyecto y el resultado estocástico del modelo de VPN tiene una distribución de valores. La *variable subyacente* en OR es la utilidad futura del proyecto, la cual representa las series de flujos futuros de efectivo. La *volatilidad* implícita de la variable subyacente puede ser calculada a través de los resultados de la simulación Monte Carlo, y es medida como la desviación estándar de los retornos logarítmicos sobre los flujos de efectivo Hull (2002), Copeland y Vladimir (2001), Mun (2002).

Usualmente se emplea un análisis de sensibilidad sobre el modelo de flujos descontados; es decir, poner el VPN como la variable resultante que depende de un conjunto de componentes: los ingresos, los costos, los gastos, los impuestos, la depreciación, los cuales fluyen a través del modelo para afectar directamente el VPN; esto se observa al cambiar el monto presente de cada componente Copeland y Vladimir (2001).

Generalmente este tipo de análisis crea una representación gráfica donde la mayoría de los componentes se listan primero en orden descendente; con esta información se puede decidir cuáles componentes son clave y altamente

inciertos en el futuro y cuáles son determinantes. Los componentes de incertidumbre son los primeros candidatos para la simulación Monte Carlo, porque algunos de ellos pueden estar correlacionados. Típicamente estas correlaciones pueden obtenerse a través de datos históricos; al correr la simulación de correlaciones nos aproximamos al comportamiento real de los componentes. Ver Trigeorgis (1991), quien utiliza el método Monte Carlo en su análisis.

Entonces, el método de opciones reales considera el método de VPN y le adiciona el valor de la opción (es el valor estratégico de la flexibilidad). Dicha flexibilidad de tomar en el futuro una nueva decisión tiene un valor en el presente, ϕ . Si $VPN < 0$, pero $VPN + \phi > 0$, entonces debe aceptarse el proyecto, independientemente de si se ejercerá o no la opción, dado que hoy no conocemos los valores futuros del activo subyacente, y por lo tanto, del valor presente de los flujos de efectivo esperados. En este sentido se dice que una OR es el VPN expandido (Trigeorgis 1993, Copeland y Vladimir, 2001), y queda expresada como sigue:

$$\overline{VPN} = VPN + \phi$$

Donde ϕ es el valor de la opción (es decir, el valor estratégico de la flexibilidad).

Como se observa, la aproximación tradicional asume un punto de vista estático, mientras que el enfoque de OR asume una serie dinámica de futuras decisiones donde la empresa tiene la flexibilidad de adaptarse, dados los cambios en el ambiente de negocios.

Hasta aquí, únicamente se definen los fundamentos de la valuación de OR; en el siguiente apartado se estudiará su aplicación a través de simulación y árboles binomiales.

4. TIPOS DE OPCIONES REALES

En la sección anterior se estudiaron los caminos para realizar la valuación de OR, se describió la metodología de VPN, el método Monte Carlo, árboles binomiales y multinomiales y la aproximación de opciones reales. Ahora se estudiarán los tipos de OR y se ejemplificarán algunos casos para fines prácticos, utilizando la metodología de OR.

Las OR están clasificadas por el tipo de flexibilidad que ellas ofrecen; existen dos categorías fundamentales: *simples* y *compuestas*⁵. Este trabajo se dirige a las *opciones simples*: la opción de abandono, la opción de expansión, la de contraer, la de cierre temporal, y la de cambio (*switching*). Aunque en la literatura es posible encontrar otras modalidades, en realidad las descritas anteriormente engloban a todas ellas.

4.1 LA OPCIÓN DE ABANDONO

Este tipo de opción permite abandonar un proyecto antes de que expire su vida útil $T-t$ (Brabazon, 1999). Es decir, una empresa puede ejercer la *opción de vender (put option)* o abandonar un proyecto de inversión cuando el valor de mercado del *activo subyacente* excede el valor presente de los flujos de efectivo esperados en t . Es el caso de una empresa que pudiera operar con pérdidas; así no tendría que mantener sus costos fijos si no se observa una mejora en el valor del activo subyacente, aunque existen otras causas que pueden ocasionar el abandono definitivo del proyecto.

La opción de abandonar un proyecto para salvar su valor, fue analizada por Myers y Majad (1990) a través de una opción *put* tipo americana; Brennan y Schwartz (1985), determinaron el valor de las opciones al abandonar (y restablecer) las operaciones en una mina para salvar el valor de ésta, y Trigeorgis (1993), analizó la opción de abandono para la industria petrolera.

Ahora para ejemplificar esta opción, supónganse los siguientes valores en los parámetros que componen el análisis bajo la metodología de OR:

$S_f = \$38,452$, (valor presente de los FNE)

$R = 13.5\%$ anual (costo de capital para el proyecto)

$t = 0,5$ (semestres)

$K = \$32,000$ (precio de ejercicio de la opción). Se asume que el proyecto se abandonaría si llega a un precio de venta de $= \$32,000$.

$\sigma = 01310$

$S_u = 1,0971$, La probabilidad hacia arriba se distribuye como u

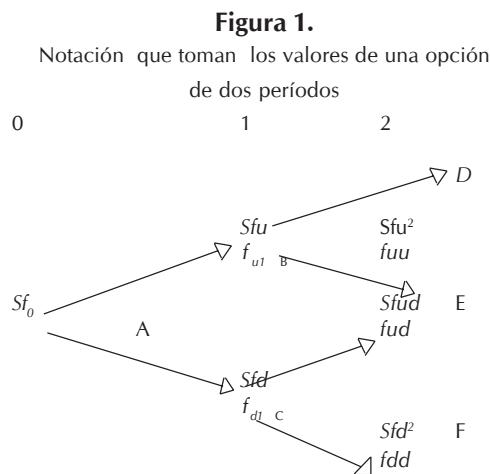
$S_d = 0,9115$, La probabilidad hacia abajo se distribuye como d

Nota: Los valores de las probabilidades se pueden observar en la figura 1 (el cálculo de dichos valores se corrió con el software de Crystal Ball) y responde a las literales u y d , mismas que se pueden relacionar con el parámetro de volatilidad σ y el período en cuestión $T-t$, como sigue:

$$u = e^{\sigma(T-t)} \text{ y } d = 1/u$$

⁵Son opciones sobre opciones (*compound options*). Por ejemplo al construir una fábrica se puede elegir hacerlo en partes (fase de diseño, fase de ingeniería y construcción), se tiene la opción de detener o diferir el proyecto al final de cada fase. Entonces, cada fase es una opción. Ejemplos de ellas son: *A deferral options o rainbow*, estas últimas están dirigidas a múltiples fuentes de incertidumbre.

El procedimiento utilizado para calcular el valor de la opción de abandono es el modelo binomial de dos períodos. La notación para los valores de cualquier tipo de opción se observa en la figura 1. El precio del activo subyacente inicial empieza en Sf , en cada período de tiempo este precio se mueve hacia arriba u veces su valor inicial o hacia abajo d veces su valor inicial. Como se observa, después de dos movimientos el valor de la opción es fuu , fud y fdd .



Fuente: Elaboración propia

Figura 2.

Valores de la opción de abandono en $n = 2$

		Periodo										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
periodo	0,5											
Valor Nor	100											97,12
										80,69	88,52	80,69
Sf	38,452							67,04	73,55	67,04	73,55	67,04
Volatilida	0,131028						61,11	61,11	61,11	61,11	61,11	61,11
Curva de	0,135				50,77	55,70	50,77	55,70	50,77	55,70	50,77	55,70
				46,28	46,28	46,28	46,28	46,28	46,28	46,28	46,28	46,28
		38,45	42,18	38,45	42,18	38,45	42,18	38,45	42,18	38,45	42,18	38,45
			35,05	31,95	35,05	31,95	35,05	31,95	35,05	31,95	35,05	31,95
u	1,0971				29,12	26,54	29,12	26,54	29,12	26,54	29,12	26,54
						24,20	22,05	24,20	20,10	22,05	24,20	20,10
										18,32	16,70	18,32
d	0,9115											15,22
p	0,8532											
q	0,1468											

Fuente: Elaboración propia

Ahora, se parte del modelo binomial de un período, donde:

$$f = e^{-rT} [pfu + (1 - p) fd] \quad (1)$$

es la ecuación que permite valorar una opción, en un mundo neutral al riesgo y, aplicando repetidas veces la ecuación 1, se tiene la ecuación para valorar una opción de más de dos períodos:

$$fu = e^{-r\delta t} [pfuu + (1 - p) fud] \quad (2)$$

$$fd = e^{-r\delta t} [pfud + (1 - p) fdd] \quad (3)$$

$$f = e^{-r\delta t} [pfu + (1 - p) fd] \quad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2 y 3 en la 4, tenemos:

$$f = e^{-2r\delta t} [p^2 fuu + 2p(1 - p) fud + (1 - p)^2 fdd] \quad (5)$$

Las variables $2p^2$, $2(1 - p)$, y $(1 - p)^2$, son las probabilidades de obtener los nodos alto, medio y bajo finales. El precio de la opción es igual a su beneficio bruto esperado en un mundo neutral al riesgo, descontando la tasa de interés libre de riesgo.

El análisis de la opción de abandono, incluye una estimación del valor óptimo de abandono e indica en qué momento debe implementarse (Copeland y Antikarov, 2001). En la figura 2, se muestran los valores de la opción de abandono para dos períodos semestrales (vencimiento de la opción).

El pago al final de cada nodo puede escribirse como:
 Pago = $\max(Sf, K)$

Sustituyendo los valores supuestos y los resultados obtenidos en la figura 2, tenemos el cuadro 3:

Cuadro 3.

Tabla de decisión de abandonar o continuar con el proyecto

Nodo	Pago	Decisión
D	$\max[u^2 Sf, K] = \max [46,28, 32,00]$	Continuar
E	$\max[ud Sf, K] = \max [38,45, 32,00]$	Continuar
F	$\max[dd Sf, K] = \max [31,95, 32,00]$	Abandonar

Como es evidente, en el nodo F debemos ejercer la opción de abandonar el proyecto, ya que por el *valor de mercado* de $Sf < K$, obtendremos a cambio cierto “valor de recuperación” de la venta. Como se observa tenemos una *opción de venta tipo americano* sobre Sf y su precio de ejercicio (K) es el valor que recuperaremos, esto es:

$$Put = Sf + \max(K - Sf; 0) = \max(Sf; K) \quad (6)$$

Las opciones de abandono son importantes en proyectos de investigación y desarrollo, en proyectos de exploración y desarrollo de recursos naturales, en nuevos proyectos o productos a desarrollar y en proyectos de adquisiciones (Copeland y Antikarov, 2001).

4.2 LA OPCIÓN DE EXPANSIÓN

Diversos trabajos se han publicado en torno al estudio de las opciones de expansión; por ejemplo: Kester (1984), discute aspectos estratégicos y de competencia de las oportunidades de crecimiento; las oportunidades futuras de

inversión han sido vistas como opciones de crecimiento por Brealey y Myers (2000), Trigeorgis y Mason (1987) y Trigeorgis (1988, 1993), entre otros.

Ahora bien, siguiendo la descripción y nomenclatura utilizada en el desarrollo de la opción de expansión, tenemos que si la variable subyacente S_f resulta ser más favorable que lo esperado, entonces la empresa podría planear una expansión. La inversión extraordinaria sería pagar el precio de ejercicio (K') de la opción de expansión, esto es, una *opción de compra (call) tipo americano*.

Para mostrar los beneficios de la expansión, se toman los valores del ejemplo anterior y se introduce el valor de la opción de expansión de $K' = \$3,84$ (desembolso adicional posterior) que representa un beneficio a la empresa de $\delta = 10\%$; ($\delta = 1,1$) de $S_{f_0} = \$38,45$.

Entonces la opción de expansión, se denota como:

$$Call = S_f + \max (S_f \delta - K', 0) \tag{7}$$

Sustituyendo los valores y tomando en cuenta los resultados obtenidos en la figura 2, se tiene (cuadro 4):

$$Call = S_f + \max [\delta S_f - K'; 0] = 46,28 + \max [46,28 \times 1,1 - 3,84; 0] = \$93,34 \text{ (expandir)} = D$$

$$Call = S_f + \max [\delta S_f - K'; 0] = 38,45 + \max [38,45 \times 1,1 - 3,84; 0] = \$76,90 \text{ (expandir)} = E$$

$$Call = S_f + \max [\delta S_f - K'; 0] = 31,95 + \max [31,95 \times 1,1 - 3,84; 0] = \$63,25 \text{ (no expandir)} = F$$

Cuadro 4.

Tabla de decisión de expandir o no expandir el proyecto

Nodo	Pago	Decisión
D	$\max [46,28, 1,1 (46,28) - 3,84] =$	Expandir \$ 93,34
E	$\max [38,45, 1,1 (38,45) - 3,84] =$	Expandir \$ 76,90
F	$\max [31,95, 1,1 (31,95) - 3,84] =$	No expandir \$ 63,25

Esta opción sólo será ejercida cuando el comportamiento futuro del mercado sea favorable, como se muestra en el nodo D y en menor grado, en el nodo E.

Por tanto, la oportunidad de inversión con la opción de expansión incorporada puede ser vista como una expansión de los FNE (S_f) esperados en una proporción δ del 10% con un "costo" de inversión adicional de K' en T. En otras palabras, el proyecto de inversión inicial más una opción de compra sobre una inversión futura, es una opción de expansión.

Este tipo de opciones puede ser visto como una canasta de opciones estratégicas de crecimiento empresarial⁶, ya que permite un crecimiento sin riesgo al ejercer la opción de expandir la inversión si los resultados son positivos, o bien, de ejercer la opción de abandono si el proyecto resulta con pérdidas (Pindyck 1988, Trigeorgis y Mason 1987).

⁶ Fondos de inversión en capital-riesgo, ya que siguen un proceso de inversión por etapas, reduciendo riesgo y ampliando sus posibilidades de inversión.

4.3 OPCIÓN DE CONTRACCIÓN

La opción de diferir o iniciar una inversión ha sido estudiada por McDonald y Siegel (1986); Trigeorgis (1993), analiza la posibilidad de disminuir la capacidad de producción o reducir la escala de operaciones si las condiciones del mercado no son las esperadas, y Pindyck (1988), examina opciones para alterar operaciones de escala o capacidad.

Una opción de contracción es el caso contrario al de ejercer una opción de expansión, ya que si las condiciones del mercado no son favorables, la empresa puede disminuir su capacidad productiva; con ello ahorraría una parte importante de las salidas de capital proyectadas. Esta flexibilidad para reducir las pérdidas es una opción de venta (*put*) tipo americano sobre una parte del proyecto de inversión originalmente planeado, cuyo precio de ejercicio es igual al ahorro en costos.

La inversión es por etapas: la primera inversión consiste en realizar estudios de mercado; la segunda está en función de los resultados de la etapa previa (aceptación del producto); si los resultados no son los esperados, la empresa puede ejercer la opción de contraer la producción al no invertir más en el futuro.

Supóngase una inversión inicial (I) en t y considérese que el producto no es aceptado tal como se proyectó; entonces la empresa invertirá en la segunda etapa una cantidad menor, sea Q , $Q < I$, para contraer en una proporción α el valor presente de los FNE esperados del proyecto. Entonces, la forma de calcular el valor intrínseco de la opción de contraer, queda expresada como sigue:

$$Put = (Sf, \alpha, A, Q) = \max((1 - \alpha) Sf - Q, Sf - A) \quad (8)$$

Donde:

$$A \text{ se define como: } e^{r(T-t)}$$

En este caso, el desembolso inicial en Sf_0 de \$38,45 mmd se puede dividir en dos pagos: \$19,22 mmd ahora, y 21,71 mmd el año próximo (esta cantidad surge de calcular el valor futuro de los 19,22 mmd restantes: $19,22 \times 1,13 = 21,71$). De esta última cifra, 10,23 mmd son costos fijos; 11,48 son costos variables de producción⁷.

En $t = 1$, la empresa tiene la opción de reducir la producción al 50% ($\alpha = 0,5$) desembolsando únicamente en $t = 1$: \$9,61 mmd (con lo que se ahorrará 11,48 mmd al eliminar los costos variables de producción, en el supuesto de que estos costos se generan con el 100% de producción de la compañía). La opción se ejercerá cuando las ventas totales sean menores a lo proyectado; las ventas proyectadas en el segundo año son de \$24,418. Si disminuye la producción en un 50%, el valor del *Put* será de \$12,910 en el mejor de los escenarios, mientras que en el peor de los escenarios valdrá \$5,745.

Sustituyendo las variables por los valores del ejemplo, se tiene:

$$Put = (Sf - Q) + \max[A - \alpha Sf; 0] = (46,28 - 21,71) + \max[11,48 - 0,5 \times 46,28; 0] = \$12,910 \text{ mmd (no contraer)}$$

$$Put = (Sf - Q) + \max[A - \alpha Sf; 0] = (31,95 - 21,71) + \max[11,48 - 0,5 \times 31,95; 0] = \$5,745 \text{ mmd (contraer)}$$

Este tipo de opción existe cuando se trata de introducir nuevos productos, bienes o servicios, a mercados inciertos (Trigeorgis, 1993).

⁷ Los costos fijos y los costos variables se toman de los estados financieros proyectados del corporativo objeto de estudio. Es importante señalar que todos los datos utilizados en este trabajo así como los supuestos es información real; el modelo se construyó y corrió con datos verídicos que, por un acuerdo de confidencialidad, no es posible divulgar el nombre de la compañía.

4.4 OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL

La opción de detener temporalmente y restablecer operaciones, fue analizada por McDonald y Siegel (1985), Brennan y Schwartz (1985) y Trigeorgis (1993), mientras que Myers y Majd (1990) estudian la opción de abandonar definitivamente un proyecto para salvar su valor, visto como una opción *put* americana.

Existe la posibilidad de detener temporalmente los procesos productivos cuando los ingresos obtenidos son insuficientes para hacer frente a los costos operativos, y cuando las condiciones reflejan mejoría es posible reiniciar la producción.

La presencia de la opción de “truncar” operaciones en forma temporal, incrementa el valor de un proyecto al mantener vigente la posibilidad de reiniciar cuando las condiciones sean nuevamente favorables (Gunther, 1977).

Así, las operaciones son vistas como *opciones de compra (call)* para adquirir los FNE anuales, mediante el pago de los costos variables como *precio de ejercicio* (Trigeorgis, 1993). Por ejemplo: sean los FNE (Sf), cuyo precio de ejercicio está dado por los costos variables operativos (K); entonces, el valor intrínseco de la opción de cerrar temporalmente se puede calcular a través de la expresión:

$$Call = \max (Sf - K; 0) \quad (9)$$

Para analizar este tipo de opción, se retoma el ejemplo y algunos datos adicionales. Supóngase en el año cero una inversión inicial de 38,45 mmd, los cuales pueden dividirse en dos pagos: el primero de 11,53 mmd (30%) y el segundo en $t = 1$, de 26,91 mmd; este último se subdivide en 15,43 mmd de costos fijos y 11,48 mmd de costos variables.

Además se estima en el modelo un crecimiento en ventas totales del 36% en $t = 1$.

Sustituyendo los valores de Sfu^1 y Sfd^1 respectivamente, se tiene un incremento:

$$Y_+ = Sfu^1 = 42,18 \times 0,36 = 15,18 \text{ mmd}$$

$$Y_- = Sfd^1 = 35,05 \times 0,36 = 11,50 \text{ mmd}$$

Ahora en la ecuación 7:

$$Call = \max [Sf - K ; Sf - Y_+] - cf = (Sf1 - cf - \min [K ; Y_-])$$

Sustituyendo las variables por sus valores para Sfu^1 y Sfd^1 , se obtiene:

$$Call = (Sfu^1 - cf) - \min [K ; Y_+]$$

$$Call = (42,18 - 15,43) - \min [11,48; 15,18] = 15,27(\text{continuar})$$

$$Call = (Sfd^1 - cf) - \min [K ; Y_-]$$

$$Call = (35,05 - 15,43) - \min [11,48; 11,50] = 8,14(\text{abandonar})$$

Este tipo de opciones se presentan en industrias como la de extracción de recursos naturales y en industrias cíclicas (Cortazar, G., E. Schwartz, and J. Casassus, 1996).

4.5 OPCIÓN DE CAMBIO (SWITCHING)

Algunos trabajos sobre opciones de cambio están documentados en: Kulatilaka y Trigeorgis (1994), quienes presentan un modelo en tiempo discreto de la flexibilidad genérica para intercambiar tecnologías u operar proyectos; también en Kulatilaka (1988, 1993) está documentado el tema.

Es claro que la opción de cambio (*switching*) se presenta cuando la empresa tiene la posibilidad de cambiar insumos, o de obtener nuevos productos terminados en sus

procesos productivos (Brabazon, 1999).

Este tipo de opciones pueden ser diseñadas cuando se usan insumos de manera alternativa; ello crea valor a la empresa, ya que el insumo utilizado hoy, puede cambiarse en el futuro por otro de menor costo; o bien, el resultante del proceso puede ser un producto que genere mayor utilidad.

Queda expresado como:

$$\text{Call } (S_T, T) = \max (S_{2T} - S_{1T} - K, 0), \quad (10)$$

donde S_{1T} es el valor presente de los FNE esperados en T en la producción actual, S_{2T} es el valor presente de los FNE esperados en T en la producción alternativa, K es el costo del cambio. Si sucede que $S_{2T} > S_{1T} + K$, debe ejercerse la opción.

Aquí se podría invertir en una capacidad productiva flexible que permita alterar los productos (insumos y/o productos terminados), en respuesta a las condiciones cambiantes del mercado (Trigeorgis, 1993).

En resumen, estas opciones son carteras de *opciones de compra y de venta tipo americanas* (Copeland y Antikarov, 2001).

5. CONCLUSIONES

La volatilidad de la economía de las últimas décadas presenta nuevos retos en las decisiones estratégicas corporativas de capital de inversión, ya que el ambiente de negocios se vuelve más incierto. La metodología de Opciones Reales tiene una respuesta a la administración de dicha incertidumbre, y se incorpora con mayor interés en la evaluación de proyectos de inversión, ya que el método

tradicional del VPN resulta insuficiente, al no capturar la flexibilidad de tomar decisiones futuras bajo condiciones de incertidumbre.

Esta investigación revisa primero los conceptos fundamentales de Opciones Reales; se mencionan los estudios generales sobre la teoría de Opciones Financieras desarrollada por Black, Scholes y Merton (1973), puesto que son la base del origen y desarrollo de la teoría de OR. Como se vio, la teoría de Opciones Reales es una extensión de la teoría de Opciones Financieras aplicada a la valuación de activos reales no financieros; de ahí que sea importante comprender sus similitudes y diferencias.

Los parámetros utilizados para la valuación en el método son los mismos; la diferencia es la definición en sí de las variables. Para entender el método es importante analizar los distintos caminos por los cuales es posible evaluar Opciones Reales; así, se describieron el método del VPN, el método Montecarlo y árboles binomiales y multinomiales, enfatizando en el método de simulación y en la construcción de árboles de más de dos períodos para ejemplificar la metodología de Opciones Reales. Estos caminos son los métodos mayormente aceptados por la industria, quizás por la relativa facilidad que proporcionan para entender el concepto de *Opción Real*. Finalmente se estudió la taxonomía de OR simples y se analizaron ampliamente cada una de ellas. Las opciones compuestas deben tratarse de manera independiente debido a la amplitud del tema. La evidencia muestra que hay poco desarrollo del tema en México; esperamos que este trabajo ayude a estimular futuras investigaciones en la materia y, sobre todo, a buscar nuevas aplicaciones en las empresas mexicanas.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Amram, M., y Kulatilaka (1999). *Real Options*, Harvard Business School Press, Boston, MA.
- Boyle, P. (1976). *Options: A Monte Carlo Approach*, Journal of Financial Economics.
- Brabazon, Tony (dec.1999). *Real Options: Valuing flexibility in capital investment decisions*, Accountancy Ireland.
- Brealey, R., y Myers, S.C. (2000). *Principles of Corporate Finance*. McGraw-Hill.
- Brennan, M. y Schwartz, E., (Sep. 1978). *Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis*. Journal of Financial and Quantitative Analysis 13, 461-474.
- Brennan, M., y Schwartz, E., (1985). *Evaluating Natural Resource Investments*. Journal of Business 58, 2, 135-157.
- Copeland, T. And Vladimir, A. (2001). *Real Options: A practitioner´s guide*.
- Copeland, T., T. Koller, y J. Murrin, (2000). *Valuation: Measuring and managing the value of companies*. 3er. Ed., Wiley, NY.
- Cortazar, G., E. Schwartz, and J. Casassus (1996). *Optimal exploration investments under price and geological technical uncertainty: A real options model*. EFMA, Athens.
- Cox, J.C. Ross S.A. and Rubinstein M. (1979). *Option pricing: A simplified approach*, Journal of Financial Economics, 7 (oct.), 229-263.
- Cox, John, Jonathan Ingersoll y Stephen Ross (1985). *An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices*. Econometrica, 53, 363-384.
- Dixit, A. y Pindyck, R. S., (May-June 1995). *The Options Approach to Capital Investment*. Harvard Business Review, 105-118.
- Hull, J., (2002). *Options, Futures, and Other Derivatives*, 5a. ed. Prentice Hall, USA.
- Hull, J.C. y White, A., (September 1988). *An Overview of the Pricing of Contingent Claims*. Canadian Journal of Administrative Sciences, 5: 55-61.
- Gunther, Rita (1997). *A Real Options logic for initiating technology positioning investments*. Academy of Management Review.
- Kester, W. C. (1984). *Today´s Options for Tomorrow´s Growth*. Harvard Business Review 62, 2, 153-160.
- Kulatilaka, N., and E. Perotti (1998). *Strategic growth options*. Management Science, 44 (8), 1021-1031.

- Merton, R. C., (1973). *Theory of rational option pricing*. Bell Journal of Economics and Management Science, 4, pp. 141-183.
- Neumann, Von J. y S. Ulam (1949). *The Monte Carlo Method*. J. American Statistical Association, 44 No. 247, pp. 335-341.
- Schwartz, E., y L. Trigeorgis (2000). *Real Options and Investment under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions*. MIT Press.
- Trigeorgis, Lenos (Autumm, 1993). *Real Options and interactions with financial flexibility*, Financial Management.
- Trigeorgis, Lenos (1988). *A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting*. Advances in Futures and Options Research 3, 145-167.
- Trigeorgis, L., y Mason, S.P., (1987). *Valuing Managerial Flexibility*. Midland Corporate Finance Journal 5, 1, 14-21.
- Trigeorgis, L. (1991). *A Long-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments*. Journal of Financial and Quantitative Analysis 26, 3, 309-326.
- Majd, S., y Pindyck, R. (March 1987). *Time to Build, Option Value, and Investment Decisions*, Journal of Financial Economics 18: 7-27.
- Massey, J. F. Jr., (1951), "The Kolmogorov-Smirnov test of goodness of fit," *J. Amer. Statist. Ass.* 46.
- McDonald, R., y Siegel, D., (1985). *Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down*. International Economic Review 26,2: 331-349.
- Myers, S.C., (Spring 1987). *Finance Theory and Financial Strategy*. Midland Corporate Finance Journal, 6-13.
- Myers, S.C. y Majad, S., (1990). *Abandonment Value and Project Life*. Advances in Futures and Options Research 4: 1-21.
- Mun, Johnathan (2002). *Real Options: Analysis*, John Wiley, USA.
- Schwartz, E. S., y M. Moon (1996). *Rational pricing of interest companies*. Financial analysis Journal, May/Jun, pp. 62-75.
- Pindyck, R. (1988). *Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm*. American Economic Review 78, 5: 969-985.