Administración y Organizaciones • UAM-Xochimilco
ISSN 2683-2534 • rayo.xoc.uam.mx
Volumen 27, Número 53, Julio – Diciembre 2024
DOI: https://doi.org/10.24275/VFGF4303

Conceptos matemáticos importantes para establecer un lenguaje común entre los Estudios Organizacionales y los Sistemas dinámicos

Important mathematical concepts to establish a common language between Organizational Studies and Dynamic Systems

Pablo Guerrero Sánchez[I], José Guerrero Grajeda[II], Rosa Margarita Alvarez Gonzalez[III], Felipe de Jesus Bonilla Sánchez[IV] y Ximena Hernandez Navarro[V]

Recibido 10 de agosto de 2023; aceptado 24 de septiembre de 2024

Resumen

Se construye un marco de referencia en el campo de las Ciencias Sociales, cuyo objetivo es establecer relaciones y/o equivalencias entre el lenguaje matemático y el de ciertas investigaciones del ámbito de los Estudios Organizacionales, en los que se usan conceptos como los de sistema dinámico, equilibrio, complejidad y caos, entre otros. La metodología usada consiste esquemáticamente en partir de algunos antecedentes entre los que se incluye una definición de Sistema Social para después definir de forma rigurosa ciertos conceptos matemáticos de los Sistemas Dinámicos usados en el ámbito organizacional con el propósito de aclarar su significado matemático. Finalmente se presentan conclusiones y el bosquejo de un modelo matemático que ilustra la utilidad del marco conceptual desarrollado en el cuerpo del estudio.

Palabras clave: Sistema, equilibrio, complejidad, caos.
Código JEL: C6, C69.

Abstract

A reference framework is built in the field of Social Sciences, whose objective is to establish relationships and/or equivalences between mathematical language and that of certain research in the field of Organizational Studies, in which concepts such as dynamic systems, equilibrium, complexity and chaos, among others, are used. The methodology used consists schematically of starting from some background information which includes a definition of Social System and then rigorously defining certain mathematical concepts of Dynamic Systems used in the organizational field with the purpose of clarifying their mathematical meaning. Finally, conclusions and the outline of a mathematical model are presented that illustrate the usefulness of the conceptual framework developed in the body of the study.

Keywords: System, equilibrium, complexity, chaos.
JEL Code: C6, C69.

[I] Universidad Autónoma del Estado de Morelos, México. Profesor Investigador. Doctor en Estudios Organizacionales por la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa. Áreas de especialidad: Complejidad y organizaciones. Contacto: pablodbk@gmail.com https://orcid.org/0000-0003-2701-8393

[II] Universidad Nacional Autónoma de México, México. Profesor Investigador. Maestro en Ciencias. por la Universidad Nacional Autónoma de México. Áreas de especialidad: Optimización y análisis numérico. Contacto: grajeda@ciencias.unam.mx https://orcid.org/ 0000-0003-4561-8085

[III] Universidad Autónoma de la Ciudad de México, México. Profesora investigadora. Doctora en Ciencias (Modelación Matemática y Computacional de Sistemas Terrestres) por la Universidad Nacional Autónoma de México. Áreas de especialidad: Optimización y análisis numérico. Contacto: rosa.alvarez@uacm.edu.mx https://orcid.org/ 0009-0003-6710-4787

[IV] Universidad Autónoma del Estado de Morelos, México. Profesor Investigador. Doctor en Administración Internacional por la Universidad Interamericana. Área de especialidad: Sistemas colaborativos. Contacto: fbonilla@uaem.mx https://orcid.org/ 0009-0001-8674-8209

[V] Universidad Autónoma del Estado de Morelos, México. Maestrante en Administración de Organizaciones. Área de especialidad: Complejidad en organizaciones. Contacto: ximenaathn@gmail.com https://orcid.org/ 0009-0005-2545-5698

INTRODUCCIÓN

Existen diversos trabajos relacionados con el área de los Estudios Organizacionales en los que se usa el concepto de complejidad y ciertos términos relacionados con ella, tales como no linealidad y caos. Por ejemplo, y sucede que cuando algunos colegas de las áreas de Física o Matemáticas que tienen cierta familiaridad con las ecuaciones diferenciales, la modelación matemática y/o los sistemas dinámicos leen algunos de esos trabajos, se quedan con la sensación de falta de precisión y rigor en el uso de los conceptos ya mencionados, cuyo origen está en la Química, la Física las Matemáticas y la Biología.

Algunos campos en los que se presentan estos estudios están relacionados con la innovación, el liderazgo y la acción política, pero también con la industria, el cambio en el ámbito empresarial e institucional, el liderazgo o el enfoque ecológico en los estudios sociales. Ciertos trabajos que nos parecen interesantes al respecto son: Tweedie (2022), Garud *el al*. (2011), Tourish (2019), Child y Rodríguez (2011) y Peterson y Meckler (2001). En la sección de referencias se amplían. Como ya lo anunciamos en el resumen, nos proponemos construir un marco de referencia que contenga las definiciones matemáticas precisas de los conceptos en cuestión y para ello iniciamos con el antecedente que presentamos a continuación.

EL LENGUAJE OPERACIONAL EN LAS CIENCIAS SOCIALES

En un artículo previo Sánchez, Sánchez, y Grajeda (2019) se definió Sistema social como un sector de la sociedad constituido por: 1) un conjunto de individuos-actores agrupados en coaliciones formadas por individuos con intereses compartidos, pertenecientes a un espacio $\boldsymbol{X}$. 2) Un operador, dado o integrado por el conjunto de reglas formales e informales que regulan las relaciones entre los individuos que integran las coaliciones, así como las relaciones entre coaliciones y 3) Un objetivo-meta que consiste en resultados preestablecidos, elementos de un espacio **Y**, producto de la actividad de los individuos-actores.

Esto puede verse en forma compacta como sigue:

ESQUEMA 1.1

$$\boldsymbol{K} : \boldsymbol{X} \ \rightarrow \ \boldsymbol{Y}$$

$$\boldsymbol{K}\ (\boldsymbol{c}) \rightarrow \boldsymbol{r}(\boldsymbol{t})$$

donde:

$$\boldsymbol{K} \ \equiv \ operador,$$

$$\boldsymbol{c} \ \equiv \ vector\ de\ coaliciones\ de\ individuos\ -\ actores\ [\ c_1, c_2\ , \cdots, c_n] \quad y$$

$$\boldsymbol{r}\ (\boldsymbol{t}) \ \equiv \ vector\ de\ resultados [r_1, r_2\ , \cdots, r_n]\ , que\ están\ asociados$$

$$con\ un\ tiempo\ t\ específico.$$

Además, resulta indispensable para nuestros propósitos, suponer que si $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$ son elementos "cercanos" (su distancia es pequeña en algún sentido) en **X**, es posible que sus respuestas $\mathbf{K(x_1)}$ y $\mathbf{K(x_2)}$ puedan ser muy "distantes" en **Y**.

Los sistemas dinámicos

> *Nuestra experiencia cotidiana nos enseña que la capacidad de adaptación y la capacidad de estructuración del comportamiento, como dos trazos fundamentales de los sistemas dinámicos no lineales, que pueden verificar transiciones bajo condiciones de no equilibrio, se cuentan entre las características más llamativas de las sociedades humanas. Por lo tanto, es completamente natural que partamos de que los modelos dinámicos con sus posibilidades para la evolución y el cambio, son los más adecuados para la descripción de sistemas sociales. (Grégorie Nicolis e Ilya Prigogine, 1994, p.317-318)*

Generalidades

Ubicados ahora en el universo de las matemáticas, diremos que un sistema dinámico es un constructo matemático cuyos elementos constitutivos son: 1) Un vector de estado, que simbolizaremos por **x**(t), elemento de un cierto espacio **X**, que representa la situación del sistema en el instante de tiempo t , y 2) Un operador matemático **K** que al aplicarse a **x**(t) nos produce, cuando esto tiene sentido, el estado **x**(t+1) , en el siguiente instante de tiempo, t+1 , o bien el cambio instantáneo del sistema en el tiempo t (Scheinerman, 2012). Más adelante se aclarará esto. En forma esquemática tenemos:

ESQUEMA II.1

$$\mathbf{K} : \mathbf{X} \;\rightarrow\; \mathbf{X}$$

$$\mathbf{Kx}(\mathrm{t}) \;\rightarrow\; \mathbf{x}(\mathrm{t}+1), \text{ o } \mathbf{Kx}(\mathrm{t}) \;\rightarrow\; \boldsymbol{x}'(\mathrm{t}).$$

Para nuestros propósitos consideraremos que el operador **K** está dado por una función f: $\mathrm{R}^{\mathrm{n}} \rightarrow \mathrm{R}^{\mathrm{n}}$, n ≥ 1, que el tiempo inicial es t = 0 y asignaremos a **x**(t)en el tiempo 0 un valor inicial, esto es, x (0) = $\mathbf{x_0}$. Veamos el siguiente

Ejemplo II.1 Tomemos como universo el ámbito de las finanzas (que se manejan en organizaciones bancarias pertenecientes al ámbito social). Entonces, si un banco paga el 5% de interés anual y un cliente deposita $500 pesos (25 dólares americanos), se tiene entonces que x (0) = $\mathbf{x_0}$ = 500 pesos y al cabo de un año tendrá **x** (1) = **K x** (0) = 1.05(500) = 525 pesos; en 2 años tendrá **x**(2) = **Kx** (1) = 1.05(525) = 551.25 pesos, y así sucesivamente. Obsérvese que en este ejemplo, el plazo de pago es anual por lo que la frase "instante de tiempo" debe interpretarse de acuerdo al contexto (en este caso cada "instante de tiempo" entre **x** (k) y **x** (k+1) es de un año), lo que da lugar a sistemas dinámicos discretos, esto es, aquéllos en los que t es discreto y bajo este supuesto, el esquema general del sistema para nuestro ejemplo puede verse como:

$$\mathbf{x}(0) = 500 \equiv \mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{x}(1) = 1.05\mathbf{x}(0) = 525 = 1.05\mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{x}(2) = 1.05\,\mathbf{x}(1) = 1.05(525) = 1.05(1.05)500 = (1.05)^2\mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{x}(3) = 1.05\mathbf{x}(2) = 1.5(1.05)^2\mathbf{x_0} = (1.05)^3\mathbf{x_0}$$

.

.

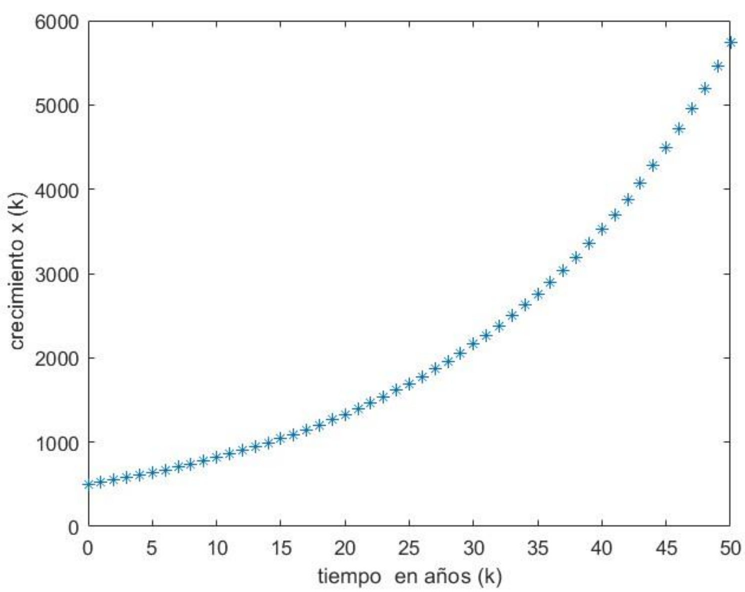
.

$$\mathbf{x}(k) = (1.05)^k\mathbf{x_0}, \qquad \text{II.1}$$

donde k representa el número de años. En lo sucesivo usaremos la letra k para representar al tiempo t en el caso discreto.

Gráficamente tenemos:

FIGURA II.1 CRECIMIENTO GEOMÉTRICO



Fuente: elaboración propia

Por otro lado, si nos referimos a nuestro esquema II.1:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Kx}(k)$$

resulta:

$$\mathbf{x}(1) = \mathbf{Kx}(0) = \mathbf{Kx_0}$$

$$\mathbf{x}(2) = \mathbf{Kx}(1) = \mathbf{K}(\mathbf{Kx_0})$$

$$\mathbf{x}(3) = \mathbf{Kx}(2) = \mathbf{K}(\mathbf{K}(\mathbf{Kx_0}))$$

.

.

.

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k-1) = \mathbf{K}(\mathbf{K}(\mathbf{K}(\ldots(\mathbf{Kx_0})\ldots))) . \quad \text{II.2}$$

Si adoptamos la convención: $\mathbf{K}(\mathbf{K}(\mathbf{K}(\ldots(\mathbf{Kx})\ldots))) = \mathbf{K}_k(x)$, donde el subíndice de $\mathbf{K}_k$ indica el número de veces que se aplica el operador **K**, entonces la expresión II.1 puede reescribirse como

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{K}_k\mathbf{x_0} . \qquad \text{II.3}$$

De lo dicho hasta aquí resulta que, para nuestro ejemplo, el sistema dinámico asociado se sintetiza en:

$$\mathbf{x}(0) = 500 \equiv \mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Kx}(k) , k = 0, 1, \ldots ,$$

donde $\mathbf{K} = 1.05$ y $\mathbf{x}(k) = \mathbf{K}_k\mathbf{x_0}$.

La igualdad II.1 es un caso particular del esquema

$$\mathbf{x}(k) = h^k \mathbf{x_0} , \qquad \text{II.4}$$

donde h es un número real positivo y que está asociado con el llamado crecimiento geométrico, esto es, aquél que tiene la propiedad de que, en cada nuevo paso o iteración, el valor se incrementa -o crece- multiplicando el valor previo por una constante. Este tipo de crecimiento está presente en varios contextos además del de las finanzas al que aquí nos hemos referido, de donde, en general el sistema dinámico asociado con este tipo de crecimiento es:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Kx}(k) = f(\mathbf{x}(k)) , k = 0, 1, \ldots , \qquad \text{II.5}$$

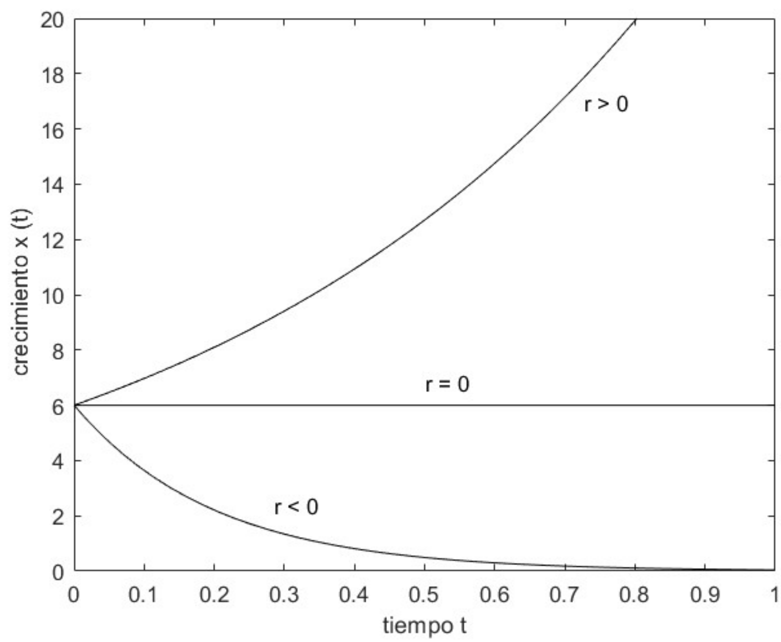
donde $\mathbf{K} = f$ y $\mathbf{x}(k) = f_k\mathbf{x_0}$.

Pero el tiempo puede también variar de forma continua, lo que da lugar a sistemas dinámicos continuos, esto es, aquellos donde t (ahora sí t) varía continuamente en los números reales, por lo que estamos en el caso de cambio o variación continua o instantánea en el estricto sentido del término, en cuyo caso la herramienta matemática para hablar de este tipo de cambio en el tiempo es la derivada. En este contexto un esquema relacionado con el fenómeno del crecimiento es el asociado al de tipo exponencial, dado por:

$\mathbf{x}(\mathrm{t}) = ce^{rt}$ II.6

donde c es una constante, r es un número real llamado parámetro de crecimiento, y como hemos convenido, partimos del valor inicial t = 0 (Luenberger, 1979). A continuación, presentamos una gráfica de II.6 para valores de r <0, r = 0 y r > 0:

FIGURA II.2 CRECIMIENTO EXPONENCIAL



Fuente: elaboración propia

Como ahora no podemos hablar del "siguiente instante de tiempo, "t+1", el cambio instantáneo de **x**(t) está dado por la ecuación diferencial

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathrm{r}\mathbf{x}(t)\,, \qquad \text{II. 7}$$

con $r \in R$ y **x**(0) = c, cuya solución es justamente II.6, lo que es directo de ver dado que si en $\mathbf{x}(\mathrm{t}) = ce^{rt}$ aplicamos la derivada con respecto a t, se tiene:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathrm{rc}e^{rt} \quad = \mathrm{r}\mathbf{x}(t)\,.$$

Otras formas como suele representarse II.7 son:

$$\mathbf{x}' = \mathrm{r}\mathbf{x}(t) \qquad \text{II.8}$$

y

$$\dot{x} = \mathrm{r}\mathbf{x}(t). \qquad \text{II.9}$$

Para este caso, el sistema dinámico se sintetiza como:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

II.10

$$\mathbf{Kx}(t) = \frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}'(t)$$

Observación: es importante mencionar que expresiones como la II.3, y la II.6 son modelos matemáticos en tanto que representan, usando el lenguaje matemático, dos formas del fenómeno real del crecimiento, y esto es justamente lo que define a un modelo: una representación de un sector de lo real, que puede ser natural (el sistema solar o una reserva ecológica) o social (la economía nacional, el fenómeno de la migración o una comunidad universitaria). Pero también, por ejemplo, un mapamundi es un modelo gráfico del mundo y el actor que interpreta a Hamlet es un modelo en tanto que representa al personaje de la obra literaria de Shakespeare, y tanto el mapa como el actor tendrán mayor calidad en la medida que logren representar lo mejor posible los detalles relevantes, profundos y significativos de nuestro planeta o del personaje Hamlet, respectivamente, y de igual forma, la calidad de un modelo matemático —representado generalmente por una o más ecuaciones— será mayor en tanto que sintetice con un mínimo de elementos matemáticos, los aspectos esenciales del objeto o fenómeno que representa. Además, como se ha mostrado, estos modelos dan origen a los sistemas dinámicos II.5 y II.10 que nos dan cuenta del cambio del fenómeno representado por los modelos, a través del tiempo.

DESARROLLO

Conceptos relevantes para nuestro trabajo, respecto de los sistemas dinámicos

Volvamos a nuestros conocidos sistemas asociados con el **fenómeno del crecimiento:**

Caso discreto $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Kx}(k) = f(\mathbf{x}(k))$, $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$

y

b) Caso continuo $\mathbf{Kx}(t) = \frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}'(t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$.

Retomando lo dicho antes respecto de considerar al operador **K** como una función $f: R^n \to R^n$, podemos reescribir a) y b) como:

c) $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k))$ y $\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}(t))$, II.11

con $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ para ambos casos.

Partiendo de esto, se tiene que el caso discreto es un caso particular de:

$$f(\mathbf{x}(k)) = a\mathbf{x}(k) + b, \quad \text{con } \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \qquad \text{II.12}$$

que es el **esquema general de un sistema lineal para el caso discreto (donde la variación en el tiempo se simboliza por k)**, mientras que **para el caso continuo (donde la variación en el tiempo se simboliza por t) es**:

$$\mathbf{x}' = a\mathbf{x}(t) + b, \quad \text{con } \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 . \qquad \text{II.13}$$

Cualquier sistema que no sea de la forma II.12 o II.13 será no lineal. Claramente el sistema asociado al crecimiento geométrico, donde $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k)) = h\mathbf{x}(k)$, es un modelo lineal, con $h = a$ y $b = 0$, y el sistema correspondiente al crecimiento exponencial, donde

$$\mathbf{x}'(t) = r\mathbf{x}(t)$$

también lo es, mientras que sistemas dados por, digamos: $\mathbf{x}'(t) = \mathbf{x}^2(t) + \cos(t)$ o $\mathbf{x}'(t) = \text{sen}(\mathbf{x}(t)) + t$ no lo son pues no se corresponden con alguno de los esquemas II.12 o II.13 (Braun, 1993).

Queremos ahora llamar la atención sobre un aspecto relevante respecto del crecimiento exponencial ilustrado en la gráfica II.2, donde se ve claramente que el valor del parámetro r = 0 juega un papel importante, puesto que cualquier perturbación respecto de este valor, por más pequeña que sea, puede dar lugar a trayectorias cuya deriva en el tiempo sea bastante grande. Formalmente esto puede verse como sigue:

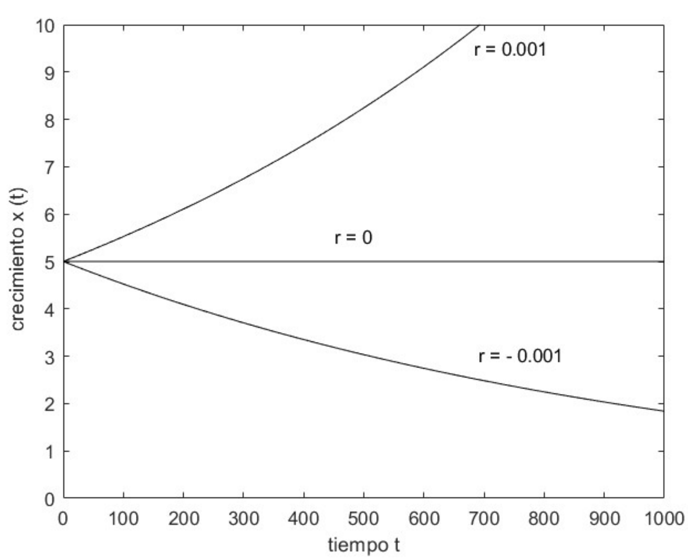
$$\text{si en } \mathbf{x}(t) = ce^{rt} \quad \text{tomamos:}$$

$$r > 0, entonces\ \lim r \to \infty\ \mathbf{x}(t) = \infty \ \text{si c} > 0\ y\ \ \mathbf{x}(t) = -\infty\ \text{si c} < 0.$$

$$r = 0, \qquad \text{entonces } \mathbf{x}(t) = c\,.$$

$$r < 0, entonces\ \lim r \to \infty\ \mathbf{x}(t) = 0\,.$$

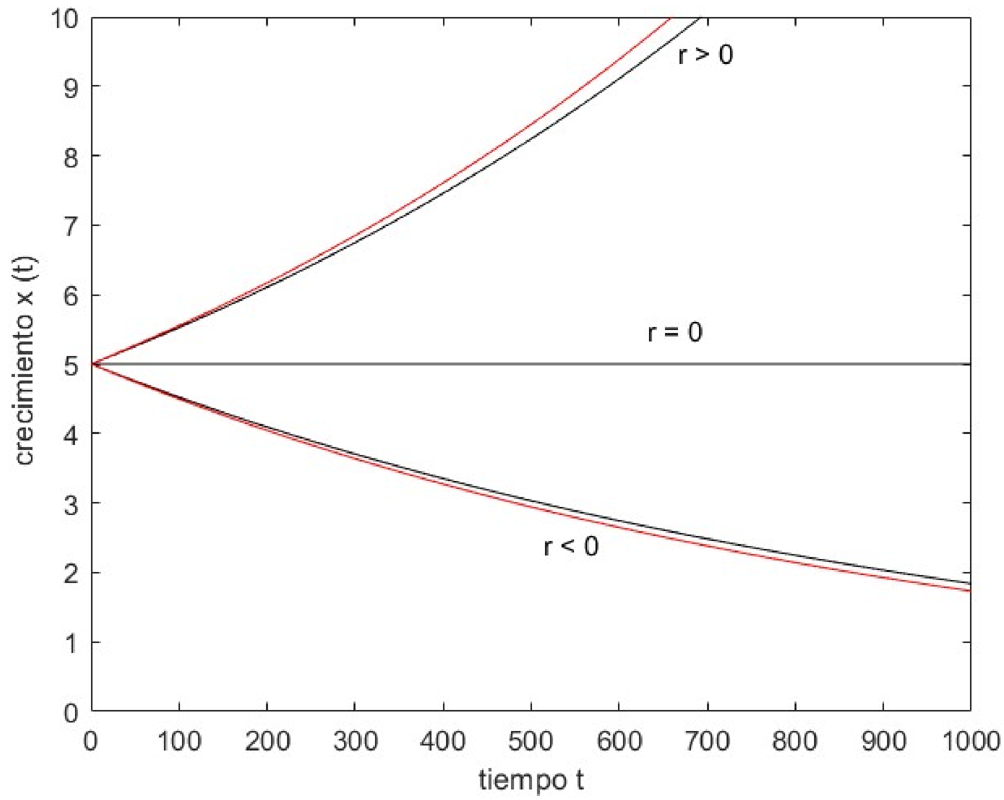
FIGURA II.3 GRÁFICA CORRESPONDIENTE AL INCISO A)



Fuente: elaboración propia

Con base en lo anterior, se dice que **r = 0** es un punto de bifurcación, esto es un punto a con la propiedad de que a pequeñas perturbaciones alrededor de él se producen variaciones fuertes en las trayectorias de la familia $\mathbf{x}' = r\mathbf{x}(t)$ respecto del parámetro r (Hirschy Smale, 1974). Más adelante se volverá a retomar, pero como ya se mencionó, se refiere a un comportamiento que muestra cierta analogía con el correspondiente al ámbito social asociado al esquema I.1. Además, si se toman dos valores cercanos de r, r_1 y r_2, ambos distintos de cero, entonces las soluciones de **x'** = $r\mathbf{x}(t)$ asociadas a estos valores también se mantienen cercanas y este hecho nos dice que **x'** = $r\mathbf{x}(t)$ **es estable** (Hirschy Smale, 1974) si $r \neq 0$ (ver gráfica a continuación).

FIGURA II.4 ESTABILIDAD DE X' = $r\mathbf{x}(t)$



Fuente: elaboración propia

Lo anterior vale en general para el caso del modelo continuo

$$\mathbf{x}' = a\mathbf{x}(t) + b, \quad \text{con } \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \text{ y } b = 0, \qquad \text{II.14}$$

mientras que si $b \neq 0$, una idea es analizarlo suponiendo por ahora que $a \neq 0$ y haciendo **w** = **x** + b / a . Resulta entonces:

$$\mathbf{x} = \mathbf{w} - b/a,$$

$$\mathbf{w}' = \mathbf{x}' \qquad \text{y}$$

$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{x}(0) + b/a = \mathbf{x}_0 + b/a.$$

Sustituyendo a) y b) en II.14 se tiene:

$$\mathbf{w}' = a(\mathbf{w} - b/a) + b = a\mathbf{w} - b + b = a\mathbf{w}.$$

A partir de esto se llega a la solución del sistema

$$\mathbf{x}' = a\mathbf{x}(t) + b, \quad \text{con } \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \text{ y } b \neq 0, \qquad \text{II.15}$$

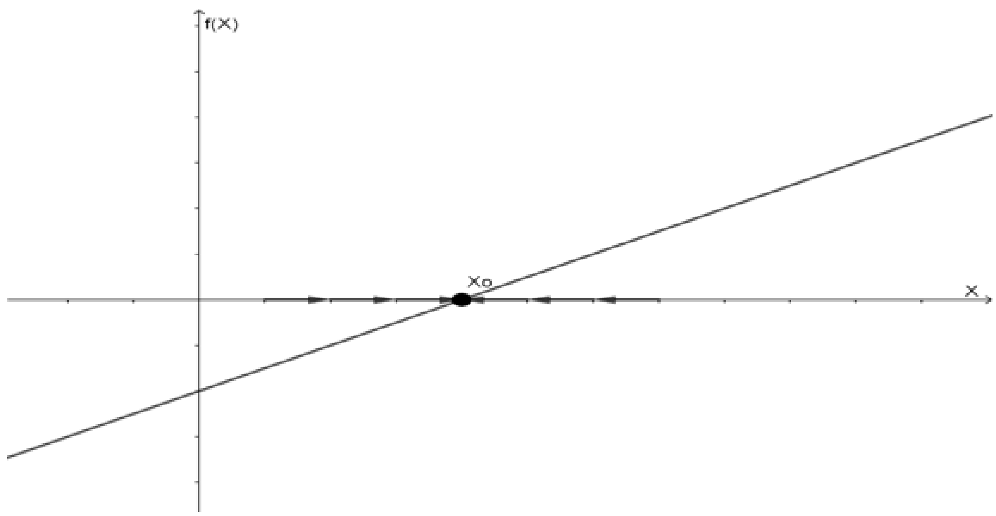
dada por:

$$\mathbf{x} = e^{at}(\mathbf{x}_0 + b/a) - b/a. \qquad \text{II.16}$$

Ahora, volviendo a nuestro sistema **II.13** $\mathbf{x}' = a\mathbf{x}(t) + b$, con $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ y $b \neq 0$, analicemos los casos:

Si $a < 0$ entonces de II.16 se tiene que $e^{at} \to 0$ cuando $t \to \infty$, lo que implica que $x \to -b/a$ y se dice que $\mathbf{x}_* = -b/a$ es un **punto fijo o punto de equilibrio** del sistema II.13 dado que el estado $x = \mathbf{x}_*$ es permanente. Pero también, dado que **x** "gravita" hacia $\mathbf{x}_*$ cuando $t \to \infty$ se tiene que $\mathbf{x}_*$ **es un punto fijo estable**[6]. La geometría del sistema correspondiente a este caso se ilustra en la siguiente figura:

FIGURA II.5. SISTEMA $x' = ax(t) + b$ CON $a < 0$

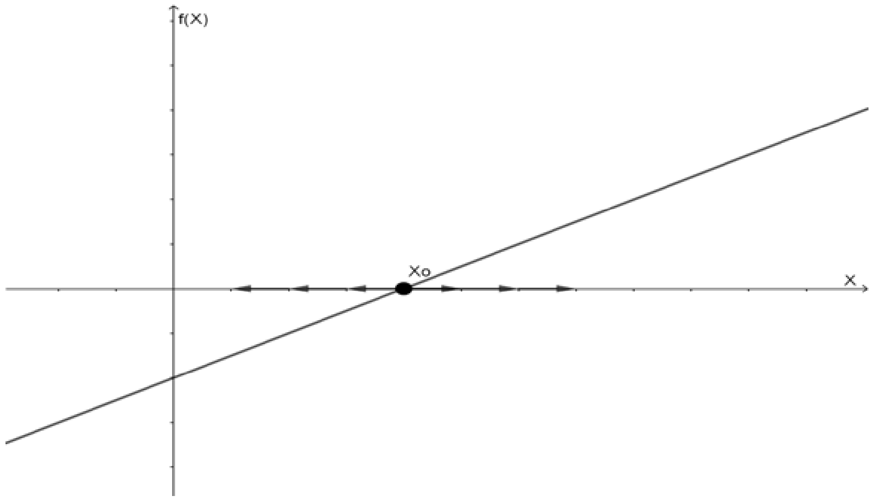


Fuente: elaboración propia

Si $a > 0$ entonces $e^{at} \to \infty$ cuando $t \to 0$ en cuyo caso todo depende del factor $(\mathbf{x}_0 + b/a)$. Veamos: si $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{x}_* = -b/a$ entonces x crece sin límite cuando $t \to \infty$, pero si $\mathbf{x}_0 = -b/a$ entonces el sistema se "estaciona" en $-b/a$ y resulta que $\mathbf{x}_* = -b/a$ es un punto fijo inestable del sistema II.13, pues ante cualquier perturbación de $\mathbf{x}_*$ por pequeña que sea, el sistema se aleja cada vez más de $\mathbf{x}_*$. En este caso, la geometría correspondiente es:

[6] Más adelante se formalizarán los conceptos de punto fijo y estabilidad.

FIGURA II.6. SISTEMA $x' = ax(t) + b$ CON $a > 0$



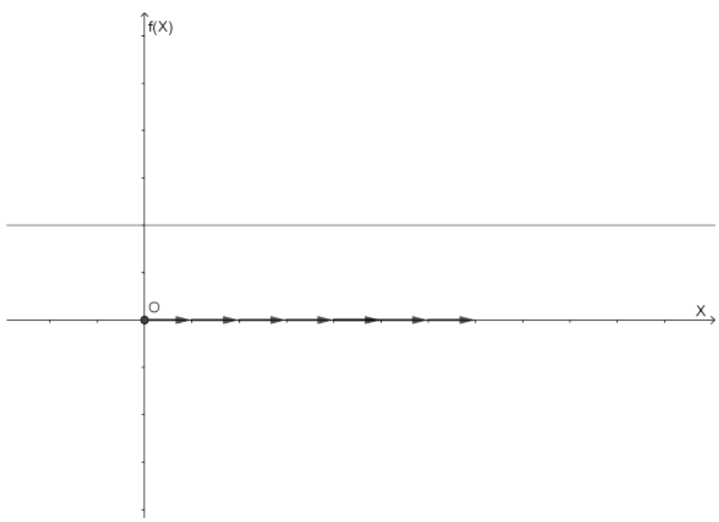
Fuente: elaboración propia

Volvamos ahora al sistema II.13: $\mathbf{x}' = a\mathbf{x}(t) + b$, con $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x_0}$ y supongamos $a = 0$. Entonces tenemos $\mathbf{x}' = b$ en cuyo caso, integrando de ambos lados resulta $\mathbf{x} = bt + c$, con c una constante de integración. Si imponemos la condición $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x_0}$ resulta que $c = \mathbf{x_0}$ y de esto se tiene:

$$\mathbf{x} = bt + \mathbf{x_0},$$

de donde, si $b = 0$ el sistema se fija en $\mathbf{x_0}$ y si $b \neq 0$ $\mathbf{x}$ tiende a $\pm\infty$ dependiendo de si b es positiva o negativa. A continuación la gráfica correspondiente:

FIGURA II.7. SISTEMA $x' = ax(t) + b$, CON $a = 0$ Y $b > 0$



Fuente: elaboración propia

A continuación se realizará una revisión de los sistemas no lineales, enfatizando algunos aspectos relevantes para nuestros propósitos. Cabe decir desde ahora que se trata de sistemas cuyas soluciones son en general imposibles de obtener en forma analítica pero que son importantes en una amplia variedad de aplicaciones y presentan características que los hacen atractivos para el estudio de la dinámica de ciertos sistemas sociales, según nos hacen notar Grégorie Nicolis e Ilya Prigogine en la cita que encabeza esta sección.

Para empezar recordemos que la forma de nuestro sistema para el caso continuo es: $\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}(t))$, $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$. En este contexto diremos que un punto fijo, que llamaremos $\mathbf{x}_*$, del sistema dinámico $\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}(t))$ es aquel vector de estado con la propiedad de que para $\mathbf{x} = \mathbf{x}_*$ el sistema permanece invariante independientemente del tiempo. Además, si:

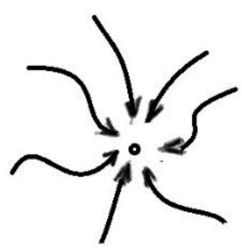
Para todo número $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que si $d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_*) < \delta$ entonces

$$d(x(t), \mathbf{x}_*) < \varepsilon \text{ y}$$

Existe $\delta > 0$ tal que para cualquier $\mathbf{x}_0$ que satisfaga que $d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_*) < \delta$ se tiene que para todo $\varepsilon > 0$ existe $T > 0$ tal que si $t \geq \tilde{T}$ entonces $d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_*) < \varepsilon$,

se dirá que $\mathbf{x}_*$ es un punto fijo o punto de equilibrio estable del sistema dinámico. Gráficamente se tiene:

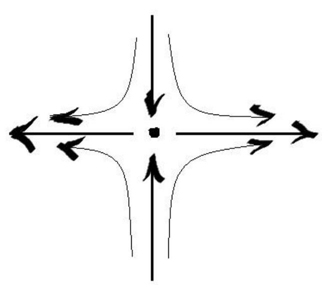
FIGURA II.8



Fuente: elaboración propia

En caso de que existan condiciones $\mathbf{x}_0$ suficientemente cercanas a $\mathbf{x}_*$ y que a pesar de ello el sistema no converja a $\mathbf{x}_*$ sino que se aleje de él, se dirá que $\mathbf{x}_*$ es un punto fijo inestable (ver gráfica a continuación).

FIGURA II.9



Fuente: elaboración propia

Es importante señalar que existen varias versiones del concepto de estabilidad en el ámbito de los Sistemas Dinámicos, una de ellas –clásica-, es la conocida como Estabilidad de Lyapunov, llamada así debido al nombre de su autor. Al respecto tenemos:

definición II.1 Dado el sistema

$$\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}(t)), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \qquad \text{II.17}$$

un punto $\boldsymbol{x}_*$ es un punto de equilibrio de II.17 si f ($\mathbf{x}_*$) = 0. Además, decimos que $\mathbf{x}_*$ es un punto de equilibrio estable si dado cualquier ε > 0 existe δ > 0 tal que para toda solución x (t) de II.17 se tiene que

$$\| \boldsymbol{x_0} - \boldsymbol{x}_* \| < \delta \Rightarrow \text{para toda } t \geq 0 \text{ se tiene } \| \boldsymbol{x_t} - \boldsymbol{x}_* \| < \varepsilon, \qquad \text{II.18}$$

y diremos que $\boldsymbol{x}_*$ es un punto de equilibrio inestable si no es estable. Finalmente, decimos que $\boldsymbol{x}_*$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable si es estable y

existe δ > 0 tal que

$$\| \boldsymbol{x_0} - \boldsymbol{x}_* \| < \delta \Rightarrow \text{el límite de } \mathbf{x}(t) \text{ cuando } t \to \infty \text{ es } \mathbf{x}(t). \qquad \text{II.19}$$

Observación: la condición (II.19) solamente, no basta para garantizar estabilidad. Para mostrar esto, consideremos el sistema dado por las ecuaciones (en coordenadas polares):

$$r' = r(1-r)$$

$$\theta' = r(1 - \cos\theta).$$

Resulta que el punto $\mathbf{x}_* = \binom{1}{0}$ es de equilibrio y satisface II.19 pero no es estable.

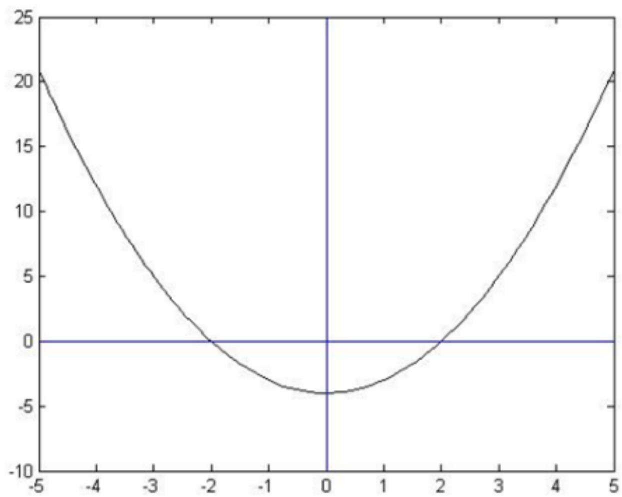
Como hemos dicho, un punto fijo o punto de equilibrio es un estado $\mathbf{x}_*$ en el que el sistema se estaciona, se queda fijo, inmóvil, a pesar de que el tiempo avance. Debido a esto, en $\mathbf{x}_*$ debe suceder que el valor de la derivada es 0 y dado que $\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}(t))$, el cálculo de $\mathbf{x}_*$ puede hacerse resolviendo el problema f(**x**(t)) = 0**,** lo que puede ser fácil o no, dependiendo de quién es f. Veamos un caso sencillo.

Ejemplo II.2 Sea el sistema dinámico dado por

$$\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}(t)) = x^2 - 4. \qquad \text{II.17}$$

Si hacemos f(**x**) = 0 resulta que los puntos fijos de II.17 son: $x_{*1} = 2$ y $x_{*2} = -2$, donde se cortan la parábola y la recta (ver figura a continuación).

FIGURA II.10 CURVA PARÁBOLA



Fuente: elaboración propia

Supongamos ahora que elegimos:

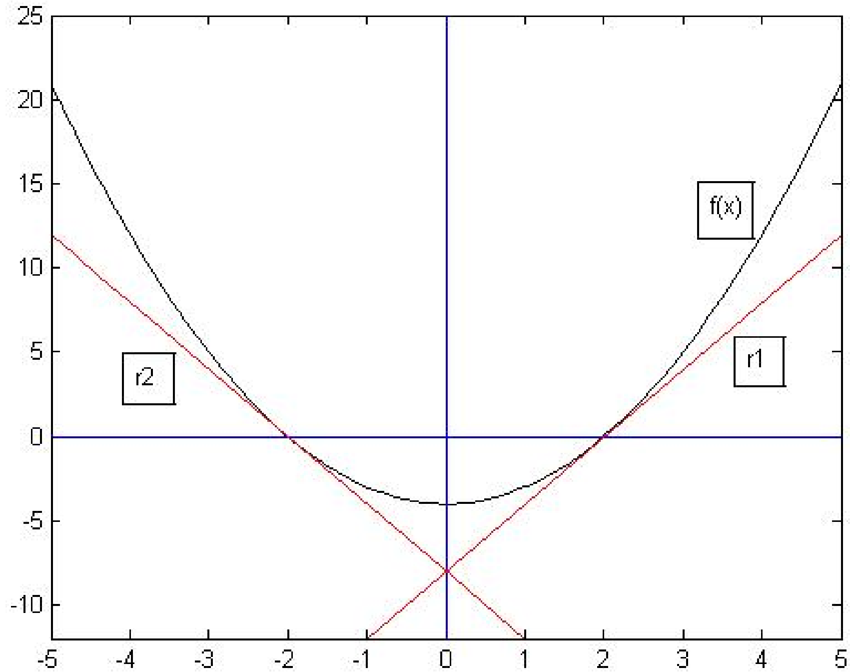
x_{*1} = 2 y tomemos x_0 suficientemente cercana a 2 pero mayor que 2. Resulta entonces que f($\mathbf{x_0}$) > 0 y $\mathbf{x_t}$ es creciente, de donde, $\mathbf{x_t}$ >> 2 cuando t $\to \infty$, mientras que si se toma x_0 suficientemente cercana a 2 pero menor que 2 se tiene f($\mathbf{x_0}$) < 0, $\mathbf{x_t}$ es decreciente y tiende a alejarse de 2 pero ahora en sentido contrario. En consecuencia, 2 es un punto fijo inestable de II.17.

x_{*2}= −2 y tomemos x_0 suficientemente cercana a – 2 pero mayor que – 2 . Resulta entonces que f($\mathbf{x_0}$) < 0 y entonces $\mathbf{x_t}$ decrece tendiendo a – 2, mientras que si si x_0 es suficientemente cercana a – 2 pero menor que – 2 entonces f($\mathbf{x_0}$) > 0 y $\mathbf{x_t}$ crece, tendiendo a – 2. Se tiene así que en ambos casos $\mathbf{x_t}$ tiende a – 2 por lo que en consecuencia, – 2 es un punto fijo estable de II.17. En este contexto, una visión geométrica de lo anterior puede verse como sigue: tomemos una aproximación lineal de f(**x**) en una vecindad de los puntos críticos, de la forma f(**x**) $\approx \mathrm{f}(\mathbf{x}_*) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_*)\, \mathrm{f}'(\mathbf{x}_*)$.

Para el caso x_{*1} = 2 se tiene la recta r_1:4x – 8 = 0 y para x_{*2} = – 2 la

recta es r_2: – 4x – 8 = 0 (véase figura a continuación) .

FIGURA II.11RECTA R1



Fuente: Elaboración propia

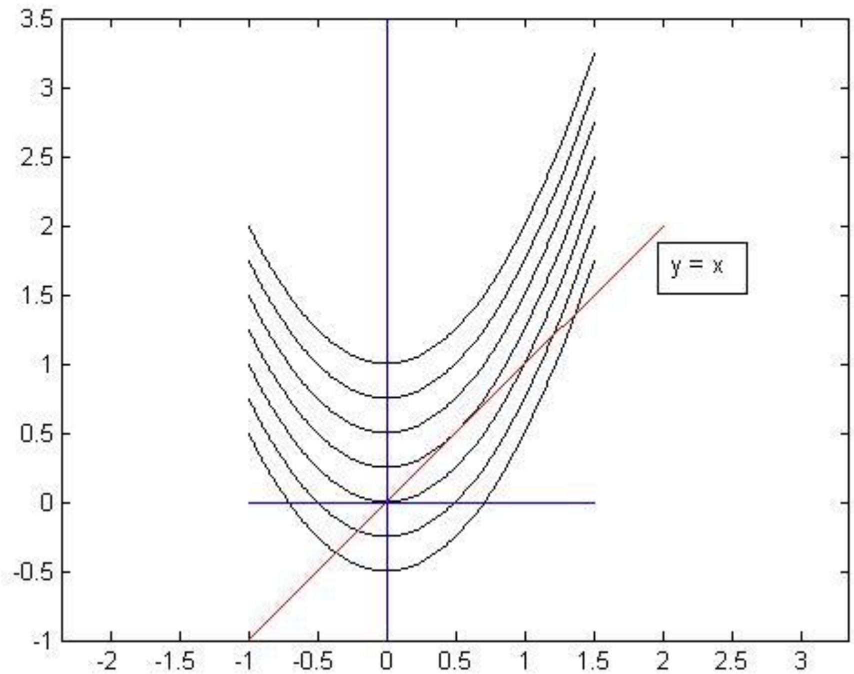
Observación: de II.17 resulta que $f'(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x}$ y en $x_{*1} = 2$ **–** que como vimos es punto fijo inestable **–**, se tiene que $f'(2) > 0$, mientras que en $x_{*2} = -2$, punto fijo estable, se tiene que $f'(-2) < 0$. Veamos ahora una generalización de este caso particular.

Ejemplo II.3 Consideremos la familia de funciones dada por

$$f_c(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 + c\,,\ c \text{ constante.} \qquad \text{II.18}$$

Presentamos a continuación una gráfica de varios elementos de la familia, asociados con distintos valores de c:

FIGURA II.11 DISTINTOS VALORES DE C



Fuente: elaboración propia

Si queremos localizar los puntos fijos, éstos son las intersecciones de las parábolas de la familia con la recta **y = x**, esto es, debemos resolver:

$$\mathbf{x}^2 + c = \mathbf{x}\text{, o bien, } \mathbf{x}^2 - \mathbf{x} + c = 0\text{,} \qquad \text{II. 19}$$

que es una cuadrática cuyas raíces están dadas por $\mathbf{x} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4c}}{2}$. Para que existan raíces reales se requiere que $1 - 4c \geq 0$. Veamos:

Si $c = \frac{1}{4} = 0.25$, resulta que $1 - 4c = 0$, en cuyo caso II.19 tiene como raíz única $\mathbf{x} = \frac{1}{2} = 0.5$.

Los casos restantes requieren

$$1 - 4c > 0 \Leftrightarrow 1 > 4c \Leftrightarrow c < \frac{1}{4} = 0.25.$$

En la gráfica se observa que, efectivamente, con c = 0.25 la recta y = x es tangente a la parábola $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 + 0.25$, que para valores de c menores que 0.25 se tienen dos intersecciones y que para valores mayores que 0.25 no hay intersecciones de las parábolas correspondientes de la familia, con la recta y = x.

Podemos aquí y ahora, avanzar una primera conclusión: para el caso de que el sistema dinámico esté representado por una función de una variable, la dinámica del sistema ligada a sus puntos fijos o de equilibrio, es que éstos actúan como atractores o repulsores. Analizaremos a continuación las novedades asociadas al caso de funciones de dos variables.

PERIODICIDAD

Además del tipo de dinámicas presentes en el caso unidimensional, en dos dimensiones se presenta el fenómeno de la periodicidad, que puede enunciarse como sigue: dada nuestra conocida función $f\colon \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}^n$ (con n = 2 en el contexto actual) y el sistema **x' = f(x)** con la condición inicial $\mathbf{x_0}$, si ésta no es un punto fijo entonces **x(t)** describe una curva del espacio fase del sistema[7], que en principio puede regresar a $\mathbf{x_0}$. Si esto es así, existe un valor de t que llamaremos t_p tal que $\mathbf{x(t_p) = x_0}$, hecho que se repetirá una y otra vez. En términos generales, si dado cualquier **t**, se tiene que

$$\mathbf{x(t + x_p) = x(t),} \qquad \text{II.20}$$

Se dice que x describe una trayectoria periódica, y el valor mínimo de x_p que satisface II.20 se llama el periodo de la curva[8].

Ejemplo II.4 En [Scheinerman, 2012, pags. 8, 9 y 68] se presenta el sistema dado por las ecuaciones (en forma matricial):

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \qquad \text{II.21}$$

relacionado con el problema de una masa atada a una pared por medio de un resorte y que se desliza sobre una superficie plana. Las soluciones de II.21 son de la forma

$$x_1 = c_2 \operatorname{sen}(t) + c_1 \cos(t)$$

II.22

$$x_2 = c_2 \cos(t) - c_1 \operatorname{sen}(t)$$

Si agregamos la condición inicial $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 1$ se tiene la solución

$$x_1 = \operatorname{sen}(t) + \cos(t)$$

II.23

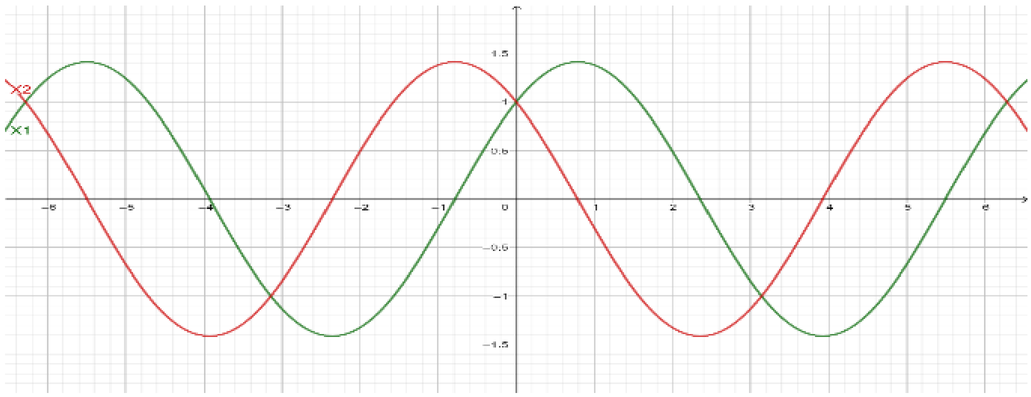
$$x_2 = \cos(t) - \operatorname{sen}(t).$$

A continuación la Gráfica de II.23, donde se observa con claridad el carácter periódico de las trayectorias.

[7] Conjunto de trayectorias o curvas asociadas a las distintas condiciones iniciales del sistema.

[8] El caso de las curvas trigonométricas es típico del fenómeno de periodicidad pues como es sabido, por ejemplo, sen (0) = sen (0 + nπ) = 0, n = 1, 2, 3, . . . y en este caso el periodo es π .

GRÁFICA II.23 TRAYECTORIAS PERIÓDICAS



Fuente: elaboración propia

Otra dinámica posible para el caso de dos dimensiones se muestra en el

Ejemplo **II.5 (**Scheinerman, op cit, p 158) Sea el sistema **x' = f(x)** dado por

$$x_1' = x_1 + x_2 - x_1^3$$

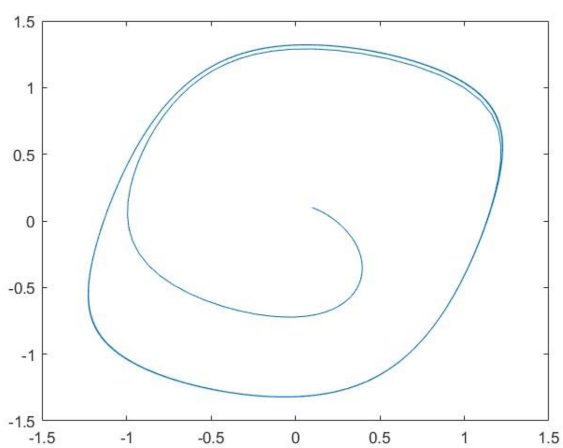
II.24

$$x_2' = - x_1.$$

Haciendo **f(x) = 0** resulta inmediato que el único punto fijo del sistema es $\mathbf{x_* = 0}$, y haciendo algunos cálculos también se puede mostrar que este punto es inestable.

A continuación mostramos la gráfica obtenida con el programa computacional MATLAB en la que se muestra la solución numérica del sistema, partiendo de la condición inicial $\mathbf{x_0 = [.1, .1]}$.

GRÁFICA II.24 PUNTO INESTABLE



Fuente: elaboración propia

Como se observa, partiendo de un punto cercano a $\mathbf{x}_* = \mathbf{0}$ que es inestable, rápidamente la solución tiende a un ciclo estable en vez de alejarse cada vez más cuando $t \to \infty$. Veamos ahora una generalización de esto. Consideremos la familia **f∝ (x)** dada por

$$x_1' = \propto x_1 + x_2 - x_1^3$$

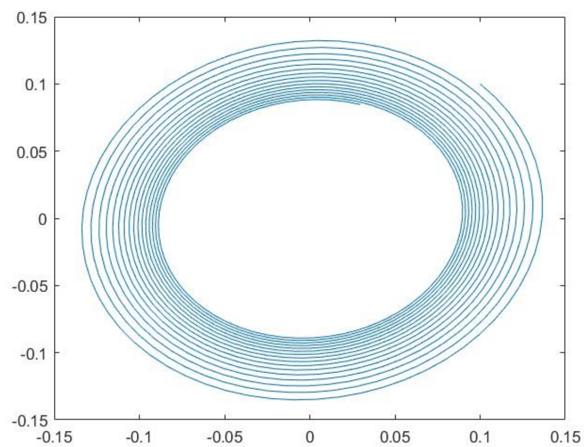
11.25

$$x_2' = - x_1$$

Un análisis de la derivada de **f**∝ muestra que para $\propto < 0$ se tiene que **0** es un punto fijo estable del sistema, mientras que para $\propto > 0$ es un punto fijo inestable.

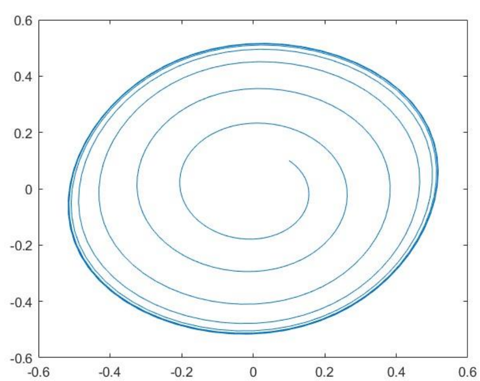
Con base en esto y usando el programa computacional MATLAB, con $\mathbf{x_0} = [\mathbf{.1}, \mathbf{.1}]$ y $\propto = \pm .1$ para resolver numéricamente II.5 se obtienen las gráficas:

GRÁFICA II.25CON ∝ = 0.1



Fuente: elaboración propia

GRÁFICA II.26 CON ∝ = - 0.1



Fuente: Elaboración propia

Véase como para ∝ = - 0.1 se obtiene una espiral que se acerca al origen, pues estamos en el caso de **0** como punto fijo estable, mientras que para ∝ = 0.1 donde el origen es un punto fijo inestable, la solución se aleja del origen, pero tiende a una órbita periódica. Este cambio radical de una dinámica a otra para valores cercanos de ∝, es otro caso más de una **bifurcación,** fenómeno del que ya hablamos anteriormente.

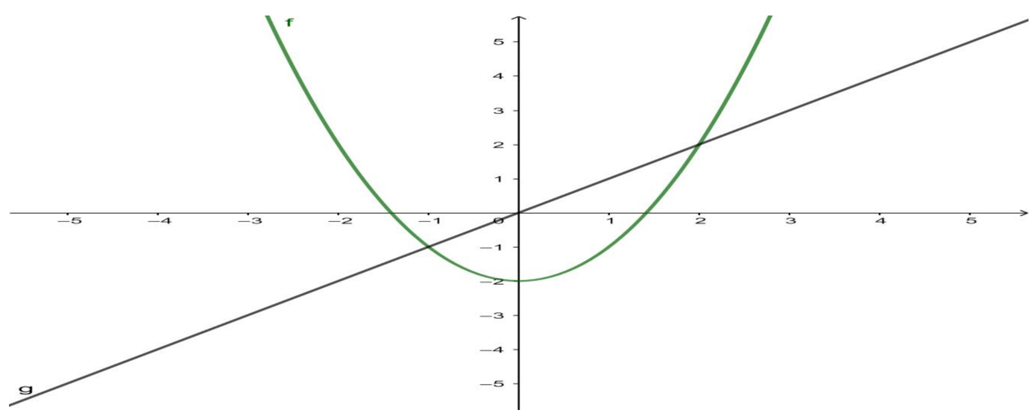
Caos

Los sistemas dinámicos caóticos están asociados con fenómenos de diversa índole, entre ellos los atmosféricos, ámbito en el que los estudios de Edward Lorenz han adquirido el "status" de clásicos. Con respecto al término caos, David Ruelle (2003) sostiene que fue el matemático Jim Yorke, de la Universidad de Maryland, Estados Unidos, quien lo introdujo en el universo de los sistemas dinámicos con dependencia sensible de las condiciones iniciales y donde aparecen atractores extraños, ligados a fenómenos cuyo comportamiento a largo plazo resulta impredecible. Para ejemplificar esto, tomemos un miembro de la familia fc (x) = x^2 + c que ya conocemos, con x = - 2, esto es,

$$f_{-2}(x) = x^2 - 2,$$

que es una expresión totalmente determinística y tiene como puntos fijos x_1 = -1 y x_2 = 2 que se ilustran como las intersecciones de la parábola y la recta correspondientes (véase gráfica a continuación).

GRÁFICA II.28 CON PUNTOS FIJOS



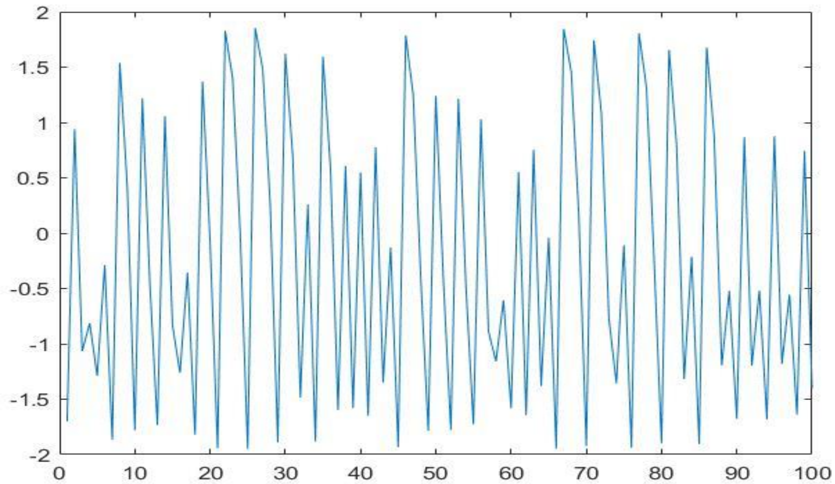
Fuente: elaboración propia

Ahora tomemos el valor c = - 1.95, que es ligeramente mayor que – 2 e iteremos

$$f_{-1.95}(x) = x^2 - 1.95, \qquad \text{II.26}$$

100 veces, partiendo de la condición inicial $\mathbf{x_0}$= - .5 . La gráfica correspondiente es:

GRÁFICA II.29 CONDICIÓN INICIAL GRÁFICA II.24

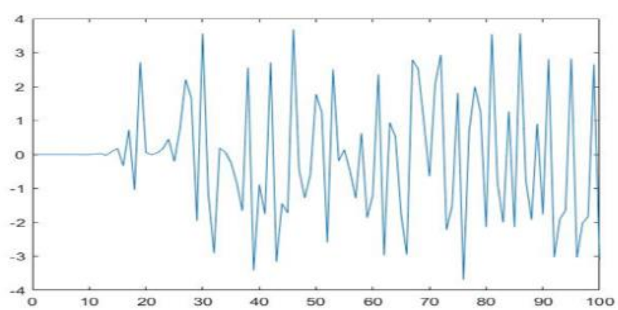


Fuente: elaboración propia

Resulta importante notar que no se observa patrón alguno al iterar II.26, a pesar de que se trata de una expresión perfectamente determinística, esto es, una expresión en la que no aparecen términos aleatorios, y esto vale si se continúa iterando tantas veces como se quiera.

Tomemos ahora la condición inicial $\mathbf{x}_{0'}$= - .50001 que es suficientemente cercana a la anterior. Si iteramos de nuevo II.26 100 veces podríamos esperar un comportamiento parecido al mostrado en el caso de $\mathbf{x}_0$= - .5, sin embargo, si nos fijamos en la diferencia f^k(- .5) – f^k(- .50001), el resultado nos muestra que al principio los valores de f^k(- .5) y f^k(- .50001) son muy semejantes pero después de aproximadamente 15 iteraciones las variaciones entre ambas difieren bastante, lo que puede verse en la siguiente gráfica:

GRÁFICA II.30 CON 15 ITERACIONES



Fuente: elaboración propia

Lo que tenemos aquí es un caso más de nuestro ya conocido fenómeno de sensibilidad respecto de las condiciones iniciales, y es justamente esta sensibilidad la que debido a la inexactitud de los cálculos computacionales hará que con el avance de las iteraciones -el avance de k-, se obtengan valores sin sentido para $f^k(\mathbf{x}_0)$, presentándose así el llamado caos determinístico, importante para nuestros propósitos, puesto que los valores sin sentido, impredecibles, provienen de una expresión (en este caso $f_{-1.95}(x) = x^2 - 1.95$) totalmente determinista, fenómeno del que ya habíamos presentado un ejemplo en un trabajo anterior (Sánchez *et al*, 2019).

Complejidad

Para nuestros propósitos, diremos que un sistema dinámico es complejo si es no lineal y tiene una fuerte dependencia de las condiciones iniciales. A partir de los argumentos presentados, estamos ya en condiciones de afirmar lo siguiente: si nuestro sistema se puede representar por una función de una o dos variables, se tiene que los posibles escenarios para el análisis de la dinámica de los sistemas incluyen: no linealidad, puntos fijos o de equilibrio así como su estabilidad o inestabilidad, pero también bifurcaciones, ciclos límite, periodicidad, caos, y complejidad, lo que constituye un importante marco de referencia inicial para la investigación y el análisis de un gran número de fenómenos y/o instituciones-organizaciones del universo social, que es el que aquí nos interesa.

DISCUSIÓN Y ESBOZO DE UNA PROPUESTA

La presentación que hemos hecho, se ubica en el marco de una antigua y enorme serie de esfuerzos por tratar de establecer relaciones entre las matemáticas y el universo social que, si nos remontamos a los tiempos en que la ciencia inicia su institucionalización en la Magna Grecia unos cinco siglos antes de Cristo, incluye nombres tan célebres e importantes como los de Aristóteles, Descartes, Condorcet, Spinoza, Kenneth L. Cooke, Arthur S. Keene, Colin Renfrew, Tobias Dantzig y John von Newmann entre otros muchos. Algunas referencias generales son: Renfrew y Cooke (1979), Guénard y Lelievre (1999) y Sánchez y Guerrero (1992).

Más que presentar una larga lista de citas sólo diremos que de toda esa experiencia acumulada, han surgido modelos matemáticos dados por ecuaciones que se usan con mayor o menor éxito en los ámbitos de las finanzas, la demografía, la psicología, la política y, vía la computación y sus aplicaciones, en todos los ámbitos de la vida actual, el arte, los negocios, entre otros, por lo que respecta a los Estudios Organizacionales, que si bien son una disciplina aún joven, en muchos estudios resuenan ya los conceptos de complejidad, no linealidad, caos, a los que nos hemos referido, y resulta interesante notar que un autor tan conocido como Edgar Morin con una influencia importante en muchos de estos estudios, incorpora en sus textos como Introducción al pensamiento complejo (Morin, 2007), Sociología (Morin, 2000), y (Morin, 1999) los conceptos de turbulencia, caos, hipercomplejidad, estabilidad y reconoce el papel fundamental de Ludwig Von Bertalanffy en el ámbito de la Teoría general de sistemas pero no adopta la formalización matemática que éste propone e introduce en algunos de sus trabajos. Una referencia clásica al respecto es Bertalanffy (2001) y otra más reciente es Pulido (2022).

Por nuestra parte y una vez que hemos propuesto nuestro marco de referencia, concluiremos con un bosquejo de aplicación de este esquema para el análisis de la dinámica organizacional de las instituciones públicas de educación superior de México y para ello volvamos al esquema que presentamos al principio:

Sistema social: es un sector de la sociedad constituido por:

- Un conjunto de individuos-actores agrupados en coaliciones formadas por individuos con intereses compartidos, pertenecientes a un espacio $\boldsymbol{X}$.
- Un operador dado por el conjunto de reglas formales e informales que regulan las relaciones entre los individuos que integran las coaliciones, así como las relaciones entre coaliciones.
- Un objetivo-meta que consiste en resultados preestablecidos, elementos de un espacio Y, producto de la actividad de los individuos-actores.

En forma esquemática tenemos:

ESQUEMA 1.1

$$\boldsymbol{K} : \boldsymbol{X} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Y}$$

$$\boldsymbol{K}\ (\boldsymbol{c}) \rightarrow \boldsymbol{r}(\boldsymbol{t})$$

donde:

$$\boldsymbol{K} \ \equiv \ operador,$$

$$\boldsymbol{c} \ \equiv \ vector\ de\ coaliciones\ de\ individuos\ -\ actores\ [\, c_1, c_2\, , \cdots, c_n] \quad y$$

$$\boldsymbol{r}\ (\boldsymbol{t}) \ \equiv \ vector\ de\ resultados [r_1, r_2\, , \cdots, r_n]\, , que\ están\ asociados$$

$$con\ un\ tiempo\ t\ específico.$$

Resulta importante suponer que si x_1 y x_2 son elementos "cercanos" (su distancia es pequeña en algún sentido) en X, es posible que sus respuestas $K(x_1)$ y $K(x_2)$ puedan ser muy "distantes" en Y.

Veámoslo ahora en el contexto de las universidades públicas. Tenemos:

- Individuos-actores ≡ [autoridades, trabajadores académicos y administrativos, estudiantes] ≡ [$c_1, c_2\, , c_3$].
- Operador ≡ [legislación universitaria + reglas no escritas] ≡ $\boldsymbol{K}$.
- Objetivo-meta ≡ producir con calidad [nuevas investigaciones, nuevos académicos, nuevos profesionales, nuevos desarrollos tecnológicos, divulgación del conocimiento] ≡ [r_1 , r_2 , r_3 , r_4 , r_5].

Funciones de los individuos-actores universitarios

- Autoridades (burocracia ejecutiva): Cumplir y hacer cumplir la legislación universitaria.
- Trabajadores académicos: llevar a cabo con calidad las labores de docencia, investigación y difusión-divulgación.

- Trabajadores administrativos (burocracia operativa): realizar con calidad los procesos burocráticos necesarios para el logro de los objetivos-metas universitarios.

- Estudiantes: lograr una formación de calidad.

Para el proceso de modelación matemática de la dinámica organizacional correspondiente, se deben considerar diversos elementos; por ejemplo, el hecho de que entre las distintas clases o coaliciones de individuos se dan juegos de poder motivados, por ejemplo, por la búsqueda de posiciones o recursos. Al respecto, supongamos que dado el conjunto $\boldsymbol{X}$ elegimos en él al subconjunto de académicos de una universidad pública y que en $\boldsymbol{K}$ se tiene un reglamento con las reglas de un programa de estímulos. En este caso, la aplicación de $\boldsymbol{K}$ (instrumento racional que, de diversas formas "dirige" el tipo de actividades de quienes se sujeten al programa), tiene como propósito (respuesta esperada) el aumento de la productividad académica. Ahora bien, los académicos ubicados en este contexto pueden adoptar —ya que en la práctica lo hacen— respuestas de distinto tipo: a) asumir los términos del programa en cuestión y buscar la manera de sacar de ello el mayor provecho; b) rechazar los términos del programa y luchar contra su imposición, o bien, asumir alguna variante ubicada entre las dos anteriores.

Un análisis que intente dar razón del tipo de respuesta de los académicos deberá necesariamente considerar distintas características de los sujetos que intervienen en el estudio: origen social, posición ideológica, religión, tipo psicológico, situación familiar, entre otras; esto es, toda respuesta es función de un conjunto de variables pero, en última instancia, encarna un acto de libertad que en muchos casos puede llevar a quien la toma, a una situación de enfrentamiento con el sistema, y ello a pesar del papel de domesticación y adiestramiento jugado por las instituciones —escuelas, hospitales, iglesias, empresas— aún en el caso de sociedades democráticas, como bien lo ha expuesto Michel Foucault, entre otros autores. También podemos referirnos en este contexto a las sombrías pero magistrales obras de Orwell, Bradbury o Huxley -por ejemplo-, donde a pesar de que el control de los individuos intenta abarcar la totalidad de sus actividades vitales, siempre existe la posibilidad de la herejía y la rebelión, pues los individuos que conforman la especie humana son, en el sentido que aquí nos interesa, más complejos que los objetos "inertes" del sistema planetario, o que los integrantes de otras especies vivas cuyos códigos genéticos los llevan a actuar necesariamente en un sentido predeterminado.

Por supuesto, podemos volver aún más complejo nuestro ejemplo. Si consideramos que, un mismo individuo puede dar diferentes respuestas en tiempos distintos, o bien que en una universidad actúan otros grupos o coaliciones (subconjuntos de X) que como hemos supuesto están formados por trabajadores, autoridades y estudiantes. Todos con intereses propios, lo cual convierte al sistema en un sistema flojamente acoplado. Esto es, aquél donde los intereses de un grupo no son necesariamente coincidentes (o no del todo) con los de otro. A nivel organizacional da lugar a conflictos de intereses y dinámicas complejas (no lineales) donde difícilmente pueden obtenerse respuestas predeterminadas (caso de dinámicas lineales). Al respecto Zey-Ferrell (1981) se refiere al ámbito organizacional: "Los elementos estructurales están usualmente flojamente acoplados entre ellos y con las actividades, las reglas usualmente son violadas, las decisiones en general no son implementadas, o si lo son, tienen consecuencias inciertas, las tecnologías tienen problemas de eficiencia, y los sistemas de evaluación están subvertidos o son vagos para producir algo de coordinación".

Un comentario al margen, pero relacionado con nuestro asunto y que nos parece interesante mencionar es el caso de un puente como sistema flojamente acoplado, relativo al campo de la ingeniería, pues si bien debe estar sustentado en cálculos estructurales estrictos, también debe tener zonas "flojamente acopladas" que amortigüen los desplazamientos debidos a cambios de temperatura o a movimientos telúricos.

No abundaremos más en consideraciones acerca de lo que deberá tenerse presente en el proceso de modelación matemática de la dinámica institucional de las universidades públicas de México y sólo agregaremos que, una vez que se ha hecho el análisis institucional de la universidad en estudio y tomado la decisión acerca de los aspectos relevantes que deberán intervenir en el proceso de modelación, deberá procederse -teniendo en cuenta el marco de referencia que hemos propuesto-, a definir las variables y parámetros (coeficientes que pueden ser constantes o no) que deberán integrarse en un modelo matemático inicial del tipo:

$$\boldsymbol{M}\ (\boldsymbol{t};\ \boldsymbol{Ai}, \boldsymbol{Ae}),$$

donde $\boldsymbol{t}$ es la variable temporal, la variable $\boldsymbol{Ai}$ representa a los actores internos considerados como los más relevantes (académicos, autoridades, etc.), mientras que $\boldsymbol{Ae}$ representa a los actores externos (gobiernos estatales y federal y organismos internacionales).

Este modelo dinámico, al depender del tiempo, debe calibrarse y, en caso necesario, ajustarse para reflejar con precisión la dinámica organizacional universitaria. Esto incluye tanto los periodos de estabilidad como las etapas de turbulencia (caóticas), como las que ocurren en contextos de huelga. De este modo, el modelo puede convertirse en una herramienta útil para el análisis y la toma de decisiones en las instituciones públicas de educación superior en México. La construcción del modelo para el caso específico de una universidad pública mexicana será abordada en un próximo artículo.

CONCLUSIONES

En consonancia con el objetivo planteado al principio, hemos presentado un estudio de los Sistemas dinámicos en el que se incluyen definiciones rigurosas de conceptos usados en el ámbito de los Estudios Organizacionales, como por ejemplo: Sistema, Estabilidad, Equilibrio, Linealidad, Bifurcación, Complejidad y Caos. Cuyo origen se ubica en la Física, la Biología y las Matemáticas, con el propósito de tender un puente que permita establecer relaciones y/o equivalencias entre el lenguaje matemático y el organizacional que sirva como marco de referencia para investigaciones sobre la modelación matemática de la dinámica organizacional.

Mostramos una posible aplicación de nuestra propuesta mediante el bosquejo de un modelo matemático que, partiendo de una universidad pública real y de las particularidades de sus actores y las relaciones entre éstos y con su entorno, permita, teniendo en cuenta el marco de referencia que hemos construido, dar razón de la dinámica organizacional de la vida universitaria, esto es, crear conocimiento, y en consecuencia, ser un instrumento útil para los tomadores de decisiones.

De manera similar a la aplicación mencionada, es posible desarrollar otras en diversos ámbitos, como empresas públicas o privadas, bancarias, industriales, computacionales, entre otras, así como en diferentes tipos de organizaciones, ya sean gubernamentales, no gubernamentales, sindicales, educativas, religiosas. Esto permite situar nuestro trabajo como un aporte más en la extensa y fructífera historia de interacciones virtuosas entre las matemáticas y las ciencias sociales.

REFERENCIAS

Bertalanffy, L. V., (2001), *Teoría general de los sistemas*, Fondo de Cultura Económica.

Biemann T, Fasang A E y Grunow D (2011) Do Economic Globalization and Industry Growth Destabilize Careers? An Analysis of Career Complexity and Career Patterns Over Time. Organization Studies, 32(12), 1639–1663. https://doi.org/10.1177/0170840611421246

Braun M (1993) *Differential Equations and Their Applications*, Springer-Verlag, Inc.

Condorcet, (1990), *Matemáticas y Sociedad*, Fondo de Cultura Económica.

Child J y Rodrigues S B (2011) How Organizations Engage with External Complexity: A Political Action Perspective. Organization Studies, 32(6), 803–824. https://doi.org/10.1177/0170840611410825

Danner-Schröder A y Ostermann S M (2022) Towards a Processual Understanding of Task Complexity: Constructing task complexity in practice. Organization Studies, 43(3), 437–463. https://doi.org/10.1177/0170840620941314

Delbridge R y Edwards T (2013) Inhabiting Institutions: Critical Realist Refinements to Understanding Institutional Complexity and Change. Organization Studies, 34(7), 927–947. https://doi.org/10.1177/0170840613483805

Demers C y Gond J P (2020) The Moral Microfoundations of Institutional Complexity: Sustainability implementation as compromise-making at an oil sands company. Organization Studies, 41(4), 563–586. https://doi.org/10.1177/0170840619867721

Garud R, Gehman, J y Kumaraswamy A (2011) Complexity Arrangements for Sustained Innovation: Lessons from 3M Corporation. OrganizationStudies, 32(6), 737–767. https://doi.org/10.1177/0170840611410810

Guénard, F. y Lelievre, G., (1999), *Pensar la matemática*, Tusquets, Editores.

Hansson M., Hærem T. y Pentland B. T. (2022) The effect of repertoire, routinization and enacted complexity: Explaining task performance through patterns of action. Organization Studies, 0(0) https://doi.org/10.1177/01708406211069438

Hirsch M. y Smale S. (1974) Differential equations, dynamical systems, and linear algebra (Pure and Applied Mathematics, Vol. 60).

Kodeih F. y Greenwood R. (2014) Responding to Institutional Complexity: The Role of Identity. Organization Studies, 35(1), 7–39 https://doi.org/10.1177/0170840613495333

Lorino P.,Tricard B. y Clot Y. (2011) Research Methods for Non-Representational Approaches to Organizational Complexity: The Dialogical Mediated Inquiry. *Organization Studies*, *32*(6), 769–801 https://doi.org/10.1177/0170840611410807

Luenberger D. G. (1979) *Introduction to dynamic systems: theory, models, and applications* (Vol. 1). Wiley.

Martin G., Currie G., Weaver S., Finn R. y McDonald R. (2017) Institutional Complexity and Individual Responses: Delineating the Boundaries of Partial Autonomy. *Organization Studies*, *38*(1), 103–127. https://doi.org/10.1177/0170840616663241

Martínez de Lejarza I., Montoro J. de D., y Hernández J. R., (2006-2007) *Teoría del Caos en Sistemas Económicos*, Revista Internacional de Sistemas, 15, 29-35.

Morin, E. (2007),*Introducción al pensamiento complejo*, Editorial Gedisa.

Morin E., (2000), *Sociología*, Editorial Tecnos, Grupo Anaya.

Morin E., (1999), *El Método, La naturaleza de la naturaleza*, Editorial Cátedra.

Peterson M., y Meckler M. R. (2001) Cuban-American Entrepreneurs: Chance, Complexity and Chaos. *Organization Studies*, *22(*1), 31–57. https://doi.org/10.1177/017084060102200102

Poulis K., Poulis E. y Jackson P. (2021) Agentic Misfit: An Empirical Demonstration of Non-Matching Human Agency amid Complexity. *Organization Studies*, *42*(10), 1603–1627. https://doi.org/10.1177/0170840620944552

Ruelle D. (2003) Causalidad y caos. *México: Universidad Nacional Autónoma de México*.

Pulido, C. J. (2022), *Dinámica de sistemas,Alternativas prácticas*, Alfaomega Grupo Editor.

Neuman J. y Morgenstern O. (1953), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.

Sánchez P. G., Grajeda J. G. y Mayo A. R. P. (2021) Las organizaciones como Sistemas Complejos. *Política y Cultura*, (56), 133-151.

Sánchez P. G., Sánchez D. G., y Grajeda J. G. (2019) Elementos para el estudio de las organizaciones desde la perspectiva de los sistemas dinámicos. *Política y Cultura*, (52), 193-210.https://polcul.xoc.uam.mx/index.php/polcul/article/view/1414

Sánchez, I. S. y Grajeda J. G. (1992), *Matemáticas y ciencias sociales: un diálogo milenario*, UAM-Xochimilco.

Scheinerman E. R. (2012) *Invitation to dynamical systems*. Courier Corporation.

Toubiana M,. Oliver C. y Bradshaw P. (2017) Beyond Differentiation and Integration: The Challenges of Managing Internal Complexity in Federations. *Organization Studies*, *38*(8), 1013–1037 https://doi.org/10.1177/0170840616670431

Tourish D. (2019) Is Complexity Leadership Theory Complex Enough? A critical appraisal, some modifications and suggestions for further research. *Organization Studies*, *40*(2), 219–238. https://doi.org/10.1177/0170840618789207

Tsoukas H. y Dooley K. J. (2011) Introduction to the Special Issue: Towards the Ecological Style: Embracing Complexity in Organizational Research. *Organization Studies*, *32*(6), 729–735. https://doi.org/10.1177/0170840611410805

Tweedie J. (2022) Against Mystifying Complexity: On Asking Simple, Burning Questions. Organization Studies, 43(11), 1853–1856. https://doi.org/10.1177/01708406221118805

Prigogine I. y Nicolis G. (1994) *La Estructura de lo complejo: en el camino hacia una nueva comprensión de las ciencias*, Alianza Editorial.

Como citar:

Guerrero Sánchez, P., Guerrero Grajeda, J., Alvarez Gonzalez, R., Bonilla Sánchez, F. de J., y Hernandez Navarro, X. (2024). Conceptos matemáticos importantes para establecer un lenguaje común entre los Estudios Organizacionales y los Sistemas dinámicos. *Administración Y Organizaciones*, *27*(53).

https://doi.org/10.24275/VFGF4303